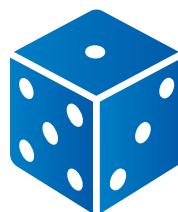




# Boletim



# SPE

Sociedade Portuguesa  
de Estatística

*Publicação semestral*

*primavera de 2025*



## *Teoria das Filas de Espera*

### Filas de Espera em Telecomunicações: das Origens ao Século XXI

*Nelson Antunes, Gonçalo Jacinto e António Pacheco* ..... 41

### Modelação e avaliação da performance de soluções de tráfego rodoviário com base na teoria das filas de espera

*Paula Milheiro Oliveira e António Pacheco* ..... 50

### Cartas ARL-unbiased do tipo Shewhart para o controlo da intensidade de tráfego das filas de espera com um servidor

*Manuel Cabral Morais e Aníbal Pires* ..... 55

Editorial .....	2
Mensagem do Presidente .....	4
Notícias .....	5
<i>Enigmística</i> .....	12
Episódios na História da Estatística .....	13
<i>Teoria das Filas de Espera</i> .....	41
Ciência Estatística .....	61
Edições SPE - Minicursos .....	65
Boletim através do Tema Central .....	66
Regulamento Prémios Estatístico Júnior 2025 .....	67
Regulamento Prémio SPE 2025 .....	68

### Informação Editorial

**Endereço:** Sociedade Portuguesa de Estatística.  
Campo Grande. Bloco C6. Piso 4.

1749-016 Lisboa. Portugal.

**Telefone:** +351.217500120

**e-mail:** [spe@spestatistica.pt](mailto:spe@spestatistica.pt)

**URL:** <https://www.spestatistica.pt>

**ISSN:** 1646-5903

**Depósito Legal:** 249102/06

**Tiragem:** Edição digital

**Execução Gráfica e Impressão:** Gráfica SobreireNSE

**Editor:** Fernando Rosado, [fernando.rosado@fc.ul.pt](mailto:fernando.rosado@fc.ul.pt)

**Sociedade Portuguesa de Estatística desde 1980**

# XXVII Congresso da Sociedade Portuguesa de Estatística



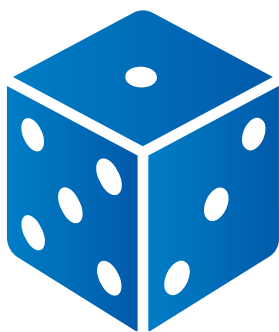
**Se conhecimento e partilha são a sua inspiração, Faro é o lugar onde deve estar.**

**Junte-se ao Congresso da SPE e participe neste encontro de saber e inovação!**

A SPE pretende incentivar especialmente a participação de **estudantes e jovens investigadores**, disponibilizando **10 bolsas** de participação para apoiar a sua presença no evento.  
Notícia desenvolvida na página deste Boletim primavera de 2025

Mais informações: <https://spe2025.mozellosite.com/>

# Junta-te à



# SPE

Sociedade Portuguesa  
de Estatística

*“Se já és sócio da SPE, incentiva os teus colegas,  
colaboradores e alunos a juntarem-se à SPE”*

## A SPE

- Oferece descontos em congressos e outros eventos organizados pela SPE.
- Oferece distinções e reconhecimento através dos seus prémios.
- Oferece oportunidades para ampliares a tua rede de contactos através da comunidade SPE.
- Oferece aos sócios acesso a um sistema de acreditação internacional.
- Valoriza sócios, comunidade e profissão apostando na educação, formação e inovação.
- Defende a profissão e molda o seu futuro.

## Junta-te à SPE:

<https://www.spestatistica.pt/socios/admissao-formulario>

## Quota anual

- Regular: 30€
- Estudante: 15€
- Promotor\*: 0€
- Recém-licenciado†: grátis!

† Até um ano após terminar a licenciatura.

\* Um “sócio promotor” angaria 2 novos sócios por ano.

# Editorial

... 20 anos, com um (superficial) “olhar organizacional”, pelo tempo no mundo (da Estatística)...

1. O tema central, desta edição, integra uma área científica que não tem sido muito abordada ao longo da história editorial do Boletim SPE. Esperamos que, uma vez dado este passo inicial, surjam muitas novas oportunidades para uma mais ampla divulgação das mais importantes atividades e contribuições no estudo da Teoria das Filas de Espera. Este momento – em que o Boletim SPE coloca as Filas no seu centro – é fruto, como habitualmente, da generosa contribuição dos colegas autores. São assim constituídos coeditores deste Boletim primavera. A todos é devido um agradecimento pela disponibilidade para (mais) esta colaboração para a SPE.

2. Em 2025, a atual série do Boletim, iniciada em 2006, cumpre duas décadas. Estes números aniversários simbólicos, desencadeiam várias intenções de celebração como o regozijo pela sua existência; mas também (e, principalmente!) a gratidão a todos aqueles, dedicados e generosos autores, sem os quais nada de especial surgiria. É ainda um momento de oportunidade para comparações do tipo: “como era” e “como é”. Isto é, em síntese, colocar lado a lado o passado e o presente; decerto e apenas, com objetivos de futuro. Ao comparar o início do século XXI – quando foi começada a referida série deste Boletim – com a atualidade, surge uma primeira grande diferença entre o ponto de partida e a situação atual e ela reside na sua existência em suporte digital e não já em papel, como era a opção daquela época. E as perguntas (e dúvidas!) vão desabrochar à volta das vantagens e desvantagens (Cf. *Boletim SPE primavera de 2014 e 2024 e outono de 2017 e 2020*). Sempre assim será para, com as respostas, melhor decidir sobre “como bem servir a comunidade” de acordo com os objetivos estatutários da SPE.

No estado atual, num ambiente científico e social em constante mutação, numa velocidade vertiginosa; no “centro da conversa” (está na moda) surge (quase sempre!) a Inteligência Artificial (IA) – o que equivale a comparar a “organização tradicional” da sociedade científica *versus* um “*status IA*”. Esta tem por objetivo “imitar” a inteligência humana que a concebeu. Assim, é colocado um conjunto único de questões e desafios – alguns, talvez não admissíveis. Ao gerar novos “instrumentos” com um nível de competência e uma velocidade que muitas vezes rivalizam ou ultrapassam as capacidades humanas, são levantadas preocupações críticas sobre o seu impacto no papel do ser humano no mundo. (Alguns dos) resultados que a *IA* pode produzir são quase indistinguíveis dos resultados dos seres humanos, o que levanta questões sobre o seu efeito na crescente crise da verdade no espaço público.

No mundo digital, virtual, que absorve, quais são as principais consequências, em especial, com a “velocidade na mudança” e que (quase) não permite a consolidação de um estádio, antes que outro já se perfile? Decerto – e mais uma vez, ao permitir quantificar e inferir sobre a relação entre aquela velocidade e os efeitos por ela produzidos – a Ciência Estatística com todo o seu potencial científico de modelação, atuará para ajudar a clarificar, a estudar e melhor decidir para compreender este mundo veloz. Ela é uma ajuda basilar na consolidação da(s) nova(s) realidade(s)!

O Boletim “já tem algum caminho feito” no domínio da IA (e.g. *Boletins outono de 2021 e primavera de 2024*). “Rising Stars” pode constituir-se em “um símbolo” que congrega aqueles – cientistas do século XXI – que, para além dos “tradicionais” desafios da Investigação se veem defrontados com temas (obstáculos) ainda não vivenciados e como tal se constituem em “desafios mais fortes”: os novos “mundos da investigação”.

Um dos exemplos desafiadores, como já referido, é a “velocidade na mudança” – a efemeridade, podemos dizer? Talvez a inerente rapidez, diga-se instabilidade, dos mais diversos assuntos, temas e temáticas, a sua volatilidade, seja um *modus faciendi* que vai caracterizar a vida do futuro. A estabilidade social, familiar, profissional “parece” (é?) cada vez mais frágil? É um bem ou um mal? São os novos atores do mundo da Ciência quem mais facilmente responde. São as suas vivências que constroem “a tese”.

Porque se constata essa velocidade que, inclusive, é já usada como arma de “slogan publicitário”?

No início do segundo quartel do século XXI, a Estatística como Ciência da estabilidade, do controlo da velocidade, mais uma vez vai ser fundamental para “pôr ordem”, diga-se modelar, os mais diversos percursos que nos desafios da modernidade se caracterizam por usar – ou apenas usam estrategicamente? – a velocidade como arma (de trabalho).

A velocidade coloca / despoleta a questão da sua influência na ordenação dos temas mais importantes... isto é, a velocidade na mudança, a efemeridade, recoloca prioridades que naturalmente não se perfilam? A “nova abordagem” da análise clínica desencadeada pela urgência Covid de há cinco anos, talvez já tenha sido um prenúncio que, a velocidade nos mostra ainda mais longínquo?

A efemeridade pode ser devida à menor qualidade? A opção pela quantidade é (sempre) um bem? Todas estas questões são geradas por uma alternância ao *status*, que o tradicional ajuda a consolidar. A consolidação é fundamental para o avanço? Sem dúvida que sim.

Mais do que pela certeza, a *IA* é, (e talvez ainda mais,) caracterizada pela velocidade. “Devagar, que tenho pressa” assim como “a pressa nunca é boa conselheira”; e pelo adágio popular, “aprende-se” a descobrir a (pequena ou grande) velocidade certa...

Em conclusão: É de tempo que estamos a falar! Mas, qual Tempo – o Cronos, devorador ou o Kairós, oportuno?

3. Num contexto temporal e com objetivos de valorização e procura de novos caminhos, uma avaliação do “tempo boletineiro”, baseada numa “introspeção”, é seguramente errática. Ironicamente, tudo o que até aqui foi exposto, na informalidade de uma tertúlia que o deseja ser, pode pois, ser considerado de uma “marginalidade” excessiva, algo como uma “chalupice”. Mas, uma reflexão no “reino chalupa”, nome que na sua génese – e na maior parte das vezes na sua aplicação, também e fundamentalmente! – está diretamente ligado à navegação e, portanto, com potencial de descoberta. Aplicado também, ao jogo / ao acaso / à Estatística é pois, um instrumento para a procura de novos caminhos.

Assim, ao mesmo tempo, deambulámos (um pouco) pelos “tempos modernos”. É um pequeno exemplo dos modernos instrumentos de partilha de informação, de tertúlia científica como uma nova versão dos seminários científicos. Estes e aqueles exigem “seguidores”; mas, (também e) acima de tudo requerem muito trabalho e dedicação como é o recente “chalupices com Estatística” do nosso colega Nuno Sepúlveda que merece todo o apoio desde logo pelo “tempo e o modo” que tal desempenho exige. É um Diário de Bordo que, no tempo científico, também “faz história”. E cultura! E quis o acaso da pena que, este editorial acabasse (também) por navegar nos novéis caminhos da ciência – **um “olhar organizacional”, pelo tempo, no mundo da Estatística!**



O Tema Central do próximo Boletim será

**INE – 90 anos de rigor e inovação ao serviço da Sociedade**



# Mensagem do Presidente

Caros sócios da SPE,

É com grande satisfação que partilho convosco algumas novidades relevantes para a nossa comunidade estatística. Em primeiro lugar, informo que foi publicado, no mês de janeiro, o livro de atas "New Frontiers in Statistics and Data Science", correspondente ao Congresso da SPE 2023, realizado na cidade de Guimarães. Este volume representa um contributo valioso para a disseminação do conhecimento na nossa área, reunindo comunicações de elevada qualidade que refletem o dinamismo e a excelência da nossa comunidade científica.

Gostaria de expressar o meu profundo agradecimento a todos os que tornaram possível esta publicação, desde os autores, cujo trabalho foi essencial, aos revisores, pelo seu rigor e dedicação, bem como a todos os que colaboraram neste processo.

A SPE pretende dar continuidade a esta frutuosa colaboração com a Springer, estando já garantida a publicação de um novo livro de atas referente ao Congresso SPE 2025, que decorrerá no Algarve, de 22 a 25 de outubro (<https://spe2025.mozellosite.com/>). Convido-vos, desde já, a acompanhar as novidades e a preparar a vossa participação, contribuindo para o sucesso deste encontro científico.

O Congresso SPE 2025 promete ser um evento de grande qualidade e relevância, contando com um painel de oradores convidados de reconhecido prestígio internacional e um minicurso ministrado por um especialista de renome na área de Ciência de Dados. A vossa participação será fundamental para enriquecer este encontro, promovendo a partilha de conhecimento, a discussão de novos desafios e o fortalecimento da nossa comunidade estatística. Tal como no passado, a participação de estudantes e jovens investigadores será especialmente encorajada, estando previstas bolsas de participação.

Adicionalmente, é com entusiasmo que partilho que a SPE tem estado envolvida em conversas com o objetivo de consolidar a parceria com a Editora Springer para a criação de uma nova série de livros intitulada "*Courses in Advanced Statistics and Data Science (CASDS) - Contributions of the Portuguese Statistical Society*". Esta iniciativa visa a publicação de uma seleção de livros baseados em alguns minicursos apresentados nos Congressos da Sociedade Portuguesa de Estatística, reforçando o impacto e a continuidade do conhecimento gerado nestes eventos. Além disso, pretende-se que futuros minicursos possam ser publicados nesta coleção, mantendo a tradição de disponibilizar uma versão em português para toda a comunidade estatística, assegurando assim um maior alcance e acessibilidade ao conhecimento produzido.

No espírito de incentivo à excelência e ao avanço da investigação em Estatística e Probabilidades, gostaria também de recordar que estão abertas, até ao dia 31 de maio, as candidaturas ao Prémio SPE 2025. Este prémio tem como objetivo estimular a atividade de estudo e investigação científica na área, sendo atribuído a jovens investigadores, sócios da SPE, que não tenham recebido o prémio nas quatro edições anteriores. Informações detalhadas e o regulamento do prémio podem ser consultados no site da SPE. Encorajamos todos os jovens investigadores elegíveis a submeter a sua candidatura e a aproveitar esta oportunidade de reconhecimento na comunidade estatística.

Contamos convosco para continuar a promover a Estatística!

Com os melhores cumprimentos,

Luís Machado

Presidente da Sociedade Portuguesa de Estatística (SPE)

# Notícias

## • XXVII Congresso da Sociedade Portuguesa de Estatística – SPE25

XXVII  
CONGRESSO

**SPE25**

SOCIEDADE PORTUGUESA DE ESTATÍSTICA

A **Sociedade Portuguesa de Estatística (SPE)** organiza o seu **XXVII Congresso** no Complexo Pedagógico do **Campus da Penha**, em **Faro**, de **22 a 25 de outubro** de 2025. O evento conta com a parceria dos Departamentos de Matemática da Faculdade de Ciências e Tecnologia (FCT) e de Engenharia Civil do Instituto Superior de Engenharia (ISE) da Universidade do Algarve.

Este congresso destina-se a todos os interessados em Estatística e Ciência de Dados, seja do meio académico ou de outros contextos profissionais.

Sendo uma das iniciativas mais relevantes da SPE, o evento tem como missão promover, valorizar e desenvolver o estudo da Estatística, as suas aplicações e as áreas científicas relacionadas.



O **programa científico** incluirá:

- **Minicurso** intitulado “*The Hitchhiker’s Guide to Responsible Machine Learning*”, lecionado pelo Professor Przemyslaw Biecek;
- **Quatro sessões plenárias**, proferidas pelos seguintes conferencistas convidados:
  - Ana Luísa Papoila (NOVA Medical School/Faculdade de Ciências Médicas da UNL, Portugal)
  - Claudia Neves (*King’s College London*, Inglaterra)
  - Przemyslaw Biecek (*Warsaw University of Technology*, Polónia)
  - Renato Assunção (Universidade Federal de Minas Gerais, Brasil)
- **Várias sessões temáticas**;
- **Comunicações selecionadas**, apresentadas oralmente e em formato *poster*.

A SPE pretende incentivar especialmente a participação de **estudantes e jovens investigadores**, disponibilizando **10 bolsas** de participação para apoiar a sua presença no evento.

**Se conhecimento e partilha são a sua inspiração, Faro é o lugar onde deve estar. Junte-se ao Congresso da SPE e participe neste encontro de saber e inovação!**

🔗 **Mais informações:** <https://spe2025.mozellosite.com/>

### Datas Importantes

📅 **Data limite para envio de resumos:** 15 de junho

📅 **Notificação da decisão da Comissão Científica:** 7 de julho

📅 **Inscrição a custo reduzido:** 28 de julho

Clara Cordeiro – FCT e Conceição Ribeiro – ISE

## • INE – 90 anos de rigor e inovação ao serviço da Sociedade

No próximo mês de maio, o Instituto Nacional de Estatística – INE comemora o 90º aniversário da sua fundação.

No âmbito das celebrações, cujo programa poderá ser consultado em <https://www.ine.pt/>, foi desenvolvido um logótipo comemorativo, que também inclui o logo original do INE.



INSTITUTO NACIONAL DE ESTATÍSTICA  
STATISTICS PORTUGAL



1935-2025

Inspirado no símbolo universal da percentagem (%), amplamente associado ao universo estatístico e aos dados. Este símbolo foi escolhido pela sua simplicidade, clareza e forte conexão com a essência do trabalho do INE, refletindo a precisão e a importância dos números na análise estatística. As cores escolhidas – azul e vermelho – não só simbolizam confiança, profissionalismo e clareza, como também estão presentes no logótipo institucional do INE, reforçando a sua identidade. O logótipo dos 90 anos transcende um simples elemento visual. É uma representação dos valores e da missão do INE, sendo o centro da identidade visual da instituição durante este ano de celebração. A frase que o acompanha, a funcionar como slogan – “90 anos de rigor e inovação ao serviço da Sociedade” – resume a nossa trajetória e reforça a mensagem que desejamos transmitir. Este logótipo foi concebido para ser versátil, adaptável a diversos formatos, e será utilizado em todos os suportes institucionais, físicos e digitais, nas interações com utilizadores, respondentes e fornecedores ao longo de 2025.

A partir do *Boletim SPE outono de 2019*, o INE tem uma colaboração periódica e mais regular na secção *SPE e a Comunidade*.

O *Boletim SPE primavera de 2020*, foi centralizado nas comemorações do 85º aniversário do INE. Está disponível em <https://www.spestatistica.pt/publicacoes/categoria/boletim-da-spe>

Em 2005, por ocasião da edição do livro *Memorial da SPE*, na celebração dos 25 anos da SPE, tivemos a participação de dois antigos Presidentes do INE, Manuel José Vilares e Paulo Gomes que contribuíram, a páginas 125 e 163, com textos sobre o Sistema Estatístico Nacional (disponíveis em <https://www.spestatistica.pt/publicacoes/publicacao/memorial-da-sociedade-portuguesa-de-estatistica>).

O *Boletim SPE outono de 2025* vai ser dedicado ao 90º aniversário do INE.

## 90 anos de rigor e inovação ao serviço da Sociedade

O programa pode ser consultado em <https://www.ine.pt/>

Pinto Martins, Carlos Marcelo e Fernando Rosado



## • I Simpósio Online em Biometria Galaico-Portuguesa

No passado dia 17 de janeiro de 2025, decorreu o **I Simpósio Online em Biometria Galaico-Portuguesa**. Este evento foi organizado pela Secção de Biometria da Sociedade Portuguesa de Estatística (SBio-SPE) em colaboração com a Sociedade Galega para a *Promoción da Estatística e da Investigación de Operacións* (SGAPEIO).



O simpósio reuniu cerca de 50 participantes que, ao longo de mais de 2 horas, assistiram às palestras de quatro oradores – duas galegas e dois portugueses – que apresentaram e proporcionaram a discussão de temas diversos na área da Biometria.

- **Amalia Jácome Pumar**, Universidade da Coruña: *Testing the effect on the cure rate of multiple covariates using martingale difference correlation*
- **Rui Martins**, Centro de Estatística e Aplicações da Universidade de Lisboa: *An overlooked prior distribution for proportions: the Logistic-Normal in dynamic football predictions*
- **María Gomez Rúa**, Universidade de Vigo: *Additivity in biodiversity problems*
- **Rita Gaio**, Universidade do Porto: *Testing the goodness-of-fit in generalized partially linear models*

Para além de promover a Biometria, este simpósio teve como propósito retomar o contacto e colaboração entre a SPE e a SGAPEIO, uma parceria já de longa data. Face ao sucesso desta primeira edição, já está previsto um segundo evento, a ser anunciado ainda este ano.

Informações adicionais sobre este evento poderão ser consultadas na página criada para o evento, disponível no sítio da SBio-SPE (<https://sbiospe.weebly.com/>). Para contactar a Secção, poderá fazê-lo através do email [sbiospe@gmail.com](mailto:sbiospe@gmail.com).

A SBio-SPE e a SGAPEIO agradecem a disponibilidade dos oradores e de todos os participantes. A vossa participação é a nossa motivação!

A Comissão Organizadora,

Nuno Sepúlveda, Clara Cordeiro, João Malato (SBio-SPE) e Maria José Ginzo (SGAPEIO)



Procurando estimular a atividade de estudo e investigação científica em Probabilidades e Estatística, a Sociedade Portuguesa de Estatística atribui o Prémio SPE a jovens investigadores, sócios da SPE, que não tenham recebido o prémio nas quatro edições anteriores.

Está aberto até 31 de Maio o concurso para atribuição do Prémio SPE 2025. O Regulamento deste Prémio é apresentado no final desta edição do Boletim SPE.

Para obter informações adicionais: <https://www.spestatistica.pt/pt/premios/premio-spe>

### Investigadores vencedores do Prémio SPE:

- 2024: Ana Martins (universidade de Aveiro). *On the theory of spatio-temporal models for time series of counts*
- 2023: Pedro Miranda Afonso (Erasmus University Medical Center). *A Bayesian shared-parameter approach to jointly model multiple Gaussian and non-Gaussian longitudinal markers with recurrent and competing event times.*
- 2022: André Martins Brito (INSA|NOVA FCT). *Temperature-Mortality Association: Portuguese Extreme Weather Event Early Warning System.*
- 2022: Henrique Guerreiro (ISEG|UL). *Least Squares Monte Carlo Methods in Stochastic Volterra Rough Volatility Models.*
- 2020: Ivo Sousa-Ferreira (CEAUL & DEIO|FCUL). *A new lifetime distribution and its applications in recurrent events analysis.*
- 2019: Jessica Silva Lomba (CEAUL & DEIO|FCUL). *L-moments for automatic threshold selection in extreme value analysis of wave heights from the Gulf of Mexico.*
- 2018: Soraia Alexandra Gonçalves Pereira (CEAUL & DEIO|FCUL). *Spatio-temporal models for georeferenced unemployment data.*
- 2017: Carlos Oliveira (DM|IST). *Problemas de tempo ótimo de paragem com critério integral.*
- 2016: Filipa Alexandra Cardoso da Silva (CMUC & DM|UCoimbra). *Processos INGARCH Poisson compostos na modelação de séries temporais de contagem sobredispersas.*
- 2015: Ana Isabel Coelho Borges (DM|UMinho). *Modelação Conjunta de Dados Longitudinais e de Sobrevivência de Cancro da Mama.*
- 2011-2014: Prémio não Atribuído.
- 2010: Gonçalo Jacinto (CIMA|UEvora). *Modelação dos Tempos de Duração de Rotas em Redes Móveis Ad Hoc.*

FR

## • Prémio Jornalismo de Dados – Edições 2022 e 2023

Vivemos numa sociedade orientada por dados, onde a informação é gerada em volumes sem precedentes, influenciando decisões políticas, empresariais e sociais. Neste contexto, o jornalismo de dados emergiu como uma disciplina essencial para interpretar e comunicar informações complexas de forma clara e precisa.

A visualização de dados, que outrora desempenhava um papel meramente decorativo, tornou-se uma ferramenta poderosa na comunicação moderna. Gráficos e infografias, para além de serem apelativos, facilitam a compreensão de informações complexas, tornando-as acessíveis a uma audiência mais ampla. Embora os jornalistas tradicionalmente trabalhem com dados quantitativos, o volume e a complexidade dos dados atuais exigem habilidades técnicas avançadas para se conseguir extrair informação útil. Estas competências são cruciais para se poder comunicar através de narrativas visuais claras e rigorosas.

Reconhecendo a importância destas competências no cenário jornalístico atual, a Sociedade Portuguesa de Estatística (SPE), em colaboração com a Escola Superior de Comunicação Social (ESCS), instituiu o **Prémio Jornalismo de Dados**. Este projeto pioneiro a nível nacional visa reconhecer e premiar a excelência no uso de dados, visualizações, infografias e análises estatísticas na imprensa portuguesa. A iniciativa destaca o compromisso da SPE e da ESCS em promover a literacia estatística e incentivar práticas jornalísticas que valorizem a análise rigorosa de dados.

A primeira edição do prémio, referente aos trabalhos publicados em 2022, decorreu em 19 de março de 2024, durante uma cerimónia realizada na ESCS. O trabalho vencedor, intitulado "[1926-1974-2022. Como evoluiu o país da ditadura à democracia](#)", da autoria dos jornalistas José Volta e Pinto e Rui Barros, foi publicado no jornal PÚBLICO a 24 de março de 2022. Este trabalho destacou-se pela sua análise aprofundada e pela capacidade de transformar dados históricos em narrativas compreensíveis e impactantes.



Além do prémio principal, foram atribuídas menções honrosas a outros trabalhos de destaque. O trabalho "[Somos oito mil milhões](#)" da jornalista infográfica docente na ESCS, Cátia Mendonça, em colaboração com José Volta e Pinto e Rui Barros, foi reconhecido pela sua qualidade e inovação no campo do jornalismo de dados. Este trabalho interativo permite ao leitor descobrir quantas pessoas existiam no dia do seu nascimento e acompanhar a evolução da população mundial desde então.

Outra menção honrosa foi atribuída a "[Ruas do Género](#)", de Cláudio Fischer Lemos e João Bernardo Narciso. Este trabalho explora a toponímia da cidade do Porto, identificado as ruas com nomes masculinos e femininos, bem como as profissões associadas, oferecendo uma perspetiva única sobre a representação de género no espaço urbano.

A segunda edição do prémio, referente aos trabalhos publicados em 2023, decorreu a 10 outubro de 2024, durante uma cerimónia realizada na ESCS. O trabalho vencedor, intitulado "[Portugal Mudou - Erosão](#)", da autoria do jornalista da SIC Carlos Rico, faz parte da rubrica "Portugal Mudou" que assinalou os 30 anos da SIC, emitido no Jornal da Noite. A peça retrata a perda de 13 quilómetros quadrados da costa portuguesa ao longo de seis décadas, evidenciando o estreitamento do cordão dunar e a crescente proximidade das casas em relação ao mar.



Este Prémio Jornalismo de Dados, que se prepara para a sua terceira edição, representa um marco significativo na valorização do jornalismo baseado em dados, em Portugal. E incentiva práticas que combinam rigor estatístico, bem como o jornalístico numa comunicação simples e apelativa, contribuindo, desta forma, para uma sociedade mais informada e consciente.

Cláudia Silvestre e Lisete Sousa

## • Prémios Estatístico Júnior 2025



A Sociedade Portuguesa de Estatística promove todos os anos os Prémios Estatístico Júnior (PEJ) com o intuito de estimular e desenvolver o interesse dos estudantes dos Ensinos Básico e Secundário pelas áreas de Probabilidades e Estatística.

### Prémio Estatístico Júnior 2025 - Candidaturas Abertas

- **Objetivo:** Estimular e desenvolver o interesse dos alunos dos Ensinos Básico e Secundário pelas áreas de Probabilidade e Estatística.
- **Data limite para candidaturas:** Até 31 de maio de 2025.
- **Regulamento:** As candidaturas devem ser feitas de acordo com o [regulamento](#).
- **Boletim de Candidatura:** Preencher o [boletim de candidatura](#) disponível para submissão.
- **Exemplo de Trabalho:** O Projeto *Census na Escola* é um exemplo de [guião de trabalho](#) para os participantes.

Prémio financiado pela FCT através do projeto DOI: [10.54499/UIDB/00006/2020](#)

O Regulamento deste Prémio é apresentado no final desta edição do Boletim SPE.

Mais informações em: <https://www.spestatistica.pt/pt/premios/junior>

FR



## Enigmística de mefqa

Eu  latino  
Tu  latinas  
Ele  latina  
Nós  latinamos  
Vós  latinais  
Eles  latinam

distribuição

### Enigmas 47 e 48

No Boletim SPE outono de 2024 (p. 12):

κ ν α δ ρ α δ ο

Enigma 45: quadrado greco-latino

INFORMAÇÃO

Enigma 46: perda de informação

# Episódio na História da Estatística

## Centenário do Nascimento do Professor Bento Murteira 1924 – 2024

### Comemoração

15 de novembro de 2024 – Salão Nobre do ISEG



Em 2024, celebrou-se o centenário do nascimento do Professor Bento José Ferreira Murteira.

O Prof. Bento Murteira foi uma personalidade que, profundamente, marcou o florescimento da Probabilidade e Estatística em Portugal, no século passado.

Deixou-nos um legado ímpar que não é demais recordar.

O Prof. Bento Murteira inegavelmente merece um lugar na História da Matemática Aplicada e da Estatística em Portugal.

Neste contexto, a Sociedade Portuguesa de Estatística (SPE) e o Instituto Superior de Economia e Gestão (ISEG), juntamente com o Centro de Estatística e Aplicações (CEAUL) e o Centro de Matemática Aplicada à Previsão e Decisão Económica (CEMAPRE), decidiram assinalar esta data com a realização de um evento, que decorreu no Salão Nobre do ISEG, no dia 15 de novembro de 2024, das 16:30 às 19:30 e com o seguinte programa:

#### **Abertura:**

Professor João Duque - Presidente do ISEG

Professor Luís Machado - Presidente da SPE

#### **Testemunhos:**

Maria Antónia Turkman

Carlos Silva Ribeiro

Nuno Crato

João Pedro Faria

Isabel Proença

Inês Murteira

Coffee break/Convívio final

O Prof Bento Murteira foi um dos 11 membros co-fundadores da *Sociedade Portuguesa de Estatística* em 28 de Novembro de 1980 e foi eleito primeiro *Sócio Honorário SPE* em 1993.

No Boletim SPE, de entre as diversas referências, encontramos:

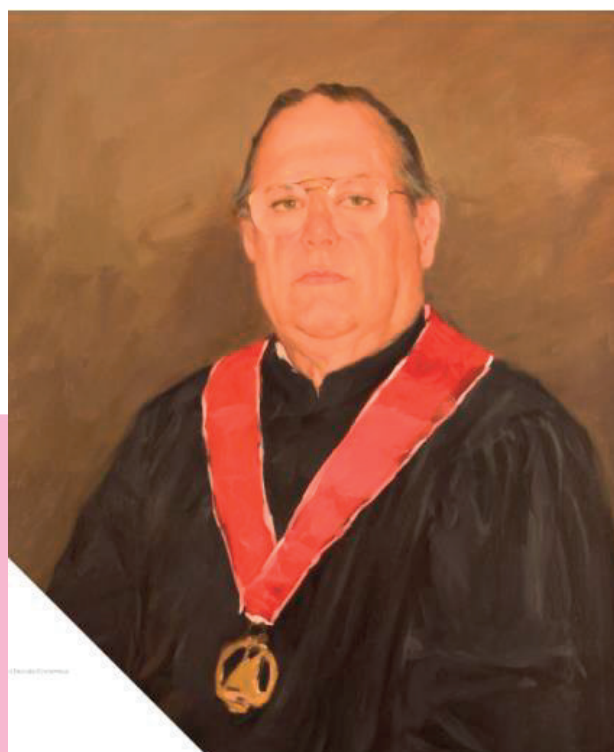
- No *Boletim SPE outono de 2016*, p. 60, o último livro que publicou no ano de 2015, em co-autoria, com o título *Introdução à Estatística*.

- No *Boletim SPE outono de 2018*, p. 3-10, por ocasião do seu falecimento.



No evento foi lançada uma nova edição do livro *Estatística: Inferência e Decisão*, editado em 1988 pela Imprensa Nacional-Casa da Moeda, e que se encontra esgotado.

Uma edição digital do livro está disponível com acesso gratuito na página da Sociedade Portuguesa de Estatística em: <https://www.spestatistica.pt/publicacoes/categoria/outras-publicacoes>



Este Episódio na História da Estatística, é continuado, nas páginas seguintes com Testemunhos de intervenientes na referida Sessão de Homenagem ao Prof. Bento Murteira.

Maria Antónia Turkman  
Fernando Rosado



## Homenagem ao Centenário do Professor Bento Murteira

No passado dia 15 de novembro de 2024, o Salão Nobre do Instituto Superior de Economia e Gestão (ISEG) acolheu um evento especial em celebração do centenário do Professor Bento José Ferreira Murteira, uma figura incontornável no desenvolvimento da Estatística em Portugal. Este momento de tributo, promovido pela Sociedade Portuguesa de Estatística (SPE), e que contou com a colaboração de outros parceiros, reuniu colegas, familiares e amigos para recordar o seu legado científico e humano.

### O legado do Professor Murteira

O Professor Bento Murteira, nascido a 17 de agosto de 1924, foi um dos sócios fundadores da Sociedade Portuguesa de Estatística (SPE) e desempenhou um papel fundamental no fortalecimento da disciplina em Portugal. Em 2013, a SPE reconheceu o seu inestimável contributo ao ensino e à prática da Estatística, atribuindo-lhe o Prémio Carreira e o título de sócio honorário, tornando-se o primeiro a receber esta distinção.

A sua carreira no ISEG, onde lecionou de 1947 até à sua jubilação em 1994, foi marcada por uma dedicação incansável à formação de várias gerações de estatísticos e econometristas. Numa época em que a Estatística e a Probabilidade ainda não eram amplamente reconhecidas no ensino, na investigação científica, na gestão pública e na economia, o Professor Murteira foi um dos grandes impulsionadores desta transformação.

O seu legado científico inclui diversas publicações de referência, muitas das quais continuam a ser essenciais para estudantes e profissionais da área. Entre as suas obras mais destacadas encontram-se:

"Análise de Sucessões Cronológicas", em parceria com Kamil Feridun Turkman e Daniel Muller;

"Introdução à Estatística", com Carlos Silva Ribeiro, João Andrade e Silva, Carlos Pimenta e Filomena Pimenta;

"Probabilidades e Estatística", em coautoria com Marília Antunes;

"Análise Exploratória de Dados";

"Estatística Bayesiana", com Daniel Paulino, Maria Antónia Turkman, Bento Murteira e Giovanni Silva.

Destacam-se ainda os volumes "Probabilidade e Estatística I e II", da McGraw Hill, e, em particular, a obra "Estatística: Inferência e Decisão", que se distingue pela profundidade da análise crítica das metodologias estatísticas e pelo enfoque inovador nas questões de decisão estatística e seus fundamentos.

### Reedição da obra "Estatística: Inferência e Decisão"

Durante o evento, foi lançada uma nova reedição deste livro, fruto da colaboração entre a Sociedade Portuguesa de Estatística (SPE), o CEMAPRE - Centro de Matemática Aplicada à Previsão e Decisão Económica, e o CEAUL - Centro de Estatística e Aplicações da Universidade de Lisboa. Este projeto foi financiado pelos Centros de Investigação, com o apoio essencial da Fundação para a Ciência e

Tecnologia (FCT), e contou com o suporte institucional do ISEG e do Instituto Nacional de Estatística (INE), que possibilitou a impressão de 100 exemplares desta edição para distribuição em bibliotecas de várias regiões do país.

A obra foi, entretanto, disponibilizada gratuitamente no site da SPE, permitindo que uma nova geração de estudantes e profissionais tenha acesso a este valioso conteúdo. Além disso, foi divulgada aos sócios da ABE, contribuindo significativamente para a ampla disseminação do livro e do legado do Professor Bento Murteira no Brasil. Esta reedição, além de uma homenagem ao seu autor, representa um esforço para preservar e disseminar o seu legado académico e científico.

Importa destacar que este projeto só foi possível graças à autorização da família do Professor Murteira e da Imprensa Nacional-Casa da Moeda (INCM). O evento foi ainda enriquecido pela colaboração do Professor James Berger, Professor Emérito de Estatística na Universidade de Duke, que aceitou o convite para escrever uma nota introdutória para a edição desta obra.

### **O impacto do Professor Murteira na Estatística e na comunidade académica**

O impacto do Professor Bento Murteira vai muito além da sua produção científica. Foi, acima de tudo, um mentor e professor excepcional, que inspirou inúmeras gerações de estatísticos e econométricos. A sua capacidade de demonstrar a utilidade prática da Estatística na tomada de decisões marcou profundamente o ensino e a investigação nesta área.

Num mundo cada vez mais orientado por *Big Data*, algoritmos e inteligência artificial, é essencial reconhecer que os fundamentos da Estatística, tão bem trabalhados pelo Professor Murteira, continuam a ser a base sobre a qual estas áreas se desenvolvem. O seu trabalho contribuiu de forma decisiva para a evolução da Estatística, tanto em Portugal como a nível internacional.

### **Reconhecimento da SPE e compromisso com o futuro**

Para a Sociedade Portuguesa de Estatística, este evento foi não só um momento de justa homenagem, mas também uma reafirmação do compromisso com o desenvolvimento e a valorização da Estatística no nosso país. Como comunidade científica, temos a responsabilidade de continuar o trabalho iniciado por figuras como o Professor Murteira, promovendo o rigor, a inovação e a excelência no ensino e na prática estatística.

A reedição gratuita da obra "Estatística: Inferência e Decisão" reflete este compromisso, ao proporcionar recursos valiosos para todos aqueles que desejam aprofundar os seus conhecimentos na área. Mais do que um tributo, esta iniciativa representa um esforço coletivo para garantir que o contributo do Professor Murteira continue a influenciar futuras gerações de estatísticos e cientistas de dados.

Em nome da Sociedade Portuguesa de Estatística, expressamos a nossa mais profunda gratidão ao Professor Bento Murteira, à sua família e a todos aqueles que têm mantido viva a sua memória e o seu trabalho. Que o seu legado continue a guiar-nos e a inspirar-nos no avanço da Estatística em Portugal e no mundo.

Luís Machado

Presidente da Sociedade Portuguesa de Estatística



## Centenário do nascimento do professor Bento Murteira

Caros colegas,

Saúdo em especial a família Murteira, destacando a mulher, Manuela, a filha, Inês, minha colega de curso.

Todos nós, nas suas carreiras profissionais, conhecemos colegas que nos marcaram. Entre muitos outros, refiro, em especial, quatro nomes: Bento Murteira, Ribeiro de Albuquerque, Gregório Luís e Mário Valadas. Mas hoje, estou aqui para falar de Bento Murteira. Falar dele é simultaneamente fácil, emotivo e comovente.

Começo por referir algo que tínhamos em comum, talvez o mais importante (estou a brincar!). Trata-se de sermos os dois adeptos do Sporting (embora ele fosse mais fervoroso do que eu!). É pena que o professor não esteja cá para presenciar os êxitos futebolísticos recentes do nosso clube.

O convívio com o professor Bento Murteira foi sempre muito agradável, com especial destaque para os muitos almoços e jantares pelos mais diversos motivos (com as equipas docentes, com muitos professores visitantes, etc.). Recordo, em particular, a visita às caves dos espumantes da Bairrada, com o protagonismo do famoso leitão assado.

Bem, falemos agora de coisas sérias. A competência científica e pedagógica do homenageado é incontestável, de que são testemunho os seus vários livros e as suas aulas, tornando o ISEG uma escola de referência no domínio da estatística. Não é por acaso que o ISEG é a escola de economia e gestão que tem um departamento de matemática e uma licenciatura em Matemática Aplicada à Economia e à Gestão com êxito assinalável (atualmente é a terceira melhor licenciatura portuguesa, de acordo com as médias de acesso dos alunos, apenas ultrapassada por duas licenciaturas em Engenharia Aeroespacial).

Vou contar um episódio pitoresco a que obviamente não assisti, mas que revela bem o respeito científico que o professor Bento Murteira desde cedo granjeou. Este episódio chegou ao meu conhecimento pelo meu amigo e colega Carlos Bastien, via testemunho presencial do professor Rémy Freire. Quando o professor Bento Murteira ainda era assistente de estatística do professor Leite Pinto, este estava a lecionar uma aula depois de almoço, mas como estava um pouco sonolento pediu a um aluno para ir ao quadro, o qual, segundo parece, não era dos melhores alunos. A certa altura o professor Leite Pinto, tendo a perceção de que havia vários erros escritos no quadro, disse ao aluno: “Apaga tudo porque vem aí o Murteira!”.

Como muitos recordam, em maio de 1972 (portanto, antes do “25 de abril”) houve uma invasão do então ISCEF pela polícia de choque, altura em que o professor Bento Murteira exercia interinamente as funções de diretor da escola (aposto que a contragosto!). O mínimo que se pode dizer é que o professor teve um comportamento digno na defesa de pessoas (alunos e colegas) e também dos bens, embora seja de referir a preciosa ajuda do professor Pereira de Moura.

O primeiro contacto direto que tive com o professor aconteceu quando eu era seu aluno de Estatística, no ano letivo de 1969-1970. Lembro-me de ter sido feita uma referência numa aula às equações diferenciais, assunto de que nunca tinha ouvido falar. Falei com ele no final da aula, que se prontificou imediatamente a ir comigo à Biblioteca para requisitar para mim, mas em seu nome, um livro sobre aquele assunto.

No final de 1979, fiz a defesa da tese de doutoramento em Paris na área da econometria bayesiana, fazendo o professor Bento Murteira parte do júri. Na véspera das provas, o professor chamou-me ao hotel onde estava hospedado para me comunicar as perguntas que iria fazer no dia seguinte. Este episódio revela bem a sua generosidade como pessoa.

Obviamente teve parte ativa em todos os concursos e provas ao longo da minha carreira (concurso para professor associado, provas de agregação e concurso para professor catedrático).

Recordo também as inúmeras reuniões em sua casa, quando estávamos a redigir (conjuntamente com os colegas João Andrade e Silva e o saudoso Carlos Pimenta, e depois Filomena Pimenta) o livro *Introdução à Estatística* que tem sido adotado como livro de texto das unidades curriculares de estatística das licenciaturas em Economia, Gestão e Finanças do ISEG.

Durante 18 anos fui presidente do departamento de Matemática do ISEG (12 mais 6, com uma interrupção de 6 anos, em que exerci o cargo de presidente do Conselho Científico). Durante todo este longo período, sempre tive o apoio direto, mas discreto, do professor Bento Murteira.

Sem dúvida, que a figura do professor Bento Murteira marcou toda a minha carreira de mais de 40 anos no ISEG. A minha gratidão é total e completa.

Obrigado, professor.

Carlos Silva Ribeiro

ISEG, 15 de novembro de 2024



## Recordar o Professor Bento Murteira

É para mim uma honra enorme poder partilhar a minha experiência pessoal enquanto aluna do Professor Bento Murteira nesta homenagem à sua memória por altura do centenário do seu nascimento. É difícil encontrar palavras suficientes para traduzir toda a excelência das suas qualidades humanas e académicas enquanto docente, orientador e investigador.

Fui aluna do Professor Bento Murteira durante a década de 80 primeiro na licenciatura em Economia do ISEG, (à época Instituto Superior de Economia da Universidade Técnica de Lisboa) na disciplina de Estatística, depois no Mestrado em Métodos Matemáticos para Economia e Gestão, na disciplina de Inferência e Decisão Estatística. O Professor Murteira foi ainda o meu orientador na tese de mestrado e foi nessa qualidade que tive um contato mais próximo.

Enquanto docente, o Professor Murteira era inspirador no entusiasmo e na energia que colocava na exposição das matérias durante as aulas, no enorme rigor e coerência com que as deduzia no quadro, sem recurso a qualquer apontamento. E era fascinante seguir o seu raciocínio. Foi sempre muito respeitador dos alunos, nunca humilhou ninguém, encorajava todas as questões e a todas respondia com atenção e dignidade, mesmo àquelas questões muito básicas ou completamente desenquadradas de quem não estava a acompanhar os assuntos expostos. O manual de Estatística da licenciatura era o livro em 2 volumes “Probabilidades e Estatística”, ainda escrito à máquina, e que continha extensivamente as matérias de probabilidades e de inferência estatística, com detalhe e grande rigor. Continha vários exemplos para ajudar a compreensão da teoria, aplicados sobretudo à economia e à gestão, alguns deles bem desafiantes. Foi com este livro que aprendi verdadeiramente estatística e que, juntamente com as aulas do Professor, fui definitivamente conquistada para, na economia, me focar na estatística e mais tarde na econometria. O livro não era de fácil leitura e a maior parte dos meus colegas preferia estudar pelos apontamentos. Perante estas dificuldades da generalidade dos alunos, mais tarde o livro foi simplificado, em coautoria com um conjunto de colegas do departamento de Matemática do ISEG, e esta versão, ainda hoje, tanto quanto sei, é o manual de referência nas licenciaturas do ISEG.

Quando o conheci, o Professor Bento Murteira não era docente a 100%. No entanto, era impressionante a sua atividade científica, o seu enorme conhecimento da Estatística, atualizado, conhecendo os livros mais recentes, e também os artigos, dominando temas absolutamente inovadores, e nessa altura, para o fazer, teria tido que percorrer as bibliotecas e as livrarias - lembro-me de se queixar das dores das costas com que ficava depois de palmilhar as livrarias de Londres - pois não havia internet e motores de busca que do conforto das nossas casas e gabinetes nos encaminham rápida e facilmente para um conhecimento cada vez mais específico e afunilado, o que nos leva, atualmente, como investigadores e académicos a ter um saber muito menos abrangente e universal do que aquele que ele dispunha. Tinha o reconhecimento dos seus pares, dentro e fora do ISEG, no meio universitário em geral, e nomeadamente na Faculdade de Ciências. Demonstrou como eram importantes para a economia e a gestão a utilização das técnicas da estatística e da econometria e assim, também, relevou a economia e a gestão como

aplicações de importância e de particular interesse para a estatística. Propôs-me fazer a tese de mestrado sobre os métodos “bootstrap” e “jackknife” que em Portugal, à altura, praticamente ninguém conhecia. E foi fascinante na altura ter mergulhado nos artigos sobre o tema (era matéria que não existia ainda em manuais), o confronto com a dificuldade de ler em inglês pela primeira vez, e de ler artigos em vez de manuais, mas contei sempre com o seu apoio disponível e a sua orientação proficiente.

O Professor Murteira acreditava genuinamente nas pessoas e dava-lhes todas as oportunidades, não tinha preconceitos! Recordo-me que, por termos algumas dúvidas na aplicação dos métodos no artigo de Babu, de 1988 na *Statistics & probability letters*, com título “Bootstrap confidence intervals” e sabendo que Babu iria estar presente na *International Conference on Recent Developments in Statistical Analysis and Inference*, em Neuchatel, em 1989, convenceu o CEMAPRE a financiar-me a presença nesse congresso para que eu tivesse a oportunidade de falar com Babu, o que para mim foi uma experiência inesquecível – a minha primeira conferência internacional. Permitiu-me e incentivou-me também participar em conferências, seminários, workshops no ISEG, e na Faculdade de Ciências, o que foi uma experiência de grande valor e essencial para me iniciar na investigação. Incentivou-me também a ir fazer doutoramento no estrangeiro.

Com ele aprendi a ter ambição na investigação científica e a procurar o conhecimento com rigor e integridade. O seu exemplo transmitia o valor do esforço, do trabalho e do empenho. Sei que, como tinha outra atividade, investigava sobretudo à noite, todas as noites, e uma das frases que muito nos repetia era: “temos de vencer a inércia”.

As suas qualidades humanas eram inúmeras e excepcionais. Destaco, a integridade, a generosidade com que nos acolhia e partilhava o seu enorme conhecimento, o respeito que sempre teve por todos, independentemente da sua condição. Nunca se acomodou, procurava sempre ir mais longe no conhecimento com rigor e profundidade, não porque tivesse de cumprir metas e resultados, mas pelo dever que sentia em saber, e pelo amor ao conhecimento. Foi para mim, uma grande inspiração, marcou-me indelevelmente enquanto docente, enquanto investigadora e enquanto pessoa. O seu exemplo está, e estará sempre comigo, e as oportunidades que me concedeu quando eu estava no início de carreira foram determinantes para o que sou hoje. Por tudo isto, a minha gratidão é incomensurável, e muitas vezes penso na sorte que tive em ter podido conviver de perto com a sua exceccionalidade.

Isabel Proença



## O meu pai Bento era um crack em números

Na nossa juventude, quando estudávamos, dava-nos explicações de matemática e ninguém se safava – éramos todos burros.

O meu pai Bento era, de facto, um crack em números, escreveu tantos livros que eu só conseguia decifrar o prefácio que ele me dava para ler, o resto eram hieróglifos indecifráveis...

Foi um homem carismático e, hoje, os antigos alunos, ainda vivos, quando me encontram, fazem-lhe os maiores louvores. Foi, de facto, um professor que marcou uma geração.

Tinha uma cabeça prodigiosa e uma memória de elefante, eu jogava bridge com ele e era uma nervoseira. Um dia, uma amiga minha estava a ver o jogo e pergunta-me: quem é esse que te chamou burra? - É o meu pai, não me perdoava qualquer erro quando jogava bridge com ele, para ele eu continuava burra.

Achava sempre que eu fazia muita coisa e com muita energia- chamava-me overdo.

Quando queria ir ter com amigos a Sintra, era o meu filho Rodrigo que fazia de chauffeur para poder beber á vontade, como ficava tão contente e grato, enchia-lhe o depósito de gasolina. Ele nunca esqueceu essas animadas sessões com os amigos do avô: Cantavam um hino e desciam um presunto pendurado numa corda.

Adorava filmes cómicos, os portugueses do tempo do Vasco Santana e os italianos. Ria até às lágrimas. Os filhos, nos seus anos ofereciam-lhe catadupas de cassetes vídeo com o Louis de Funés, o Totó e o Fernandel que ele adorava.

Foi caçador, foi professor e chegou a mestre, não era pessoa de se “Pôr em bicos de pés” e até ficava nervoso se tinha de ir á Televisão. O seu protagonismo esgotava-o nas aulas no ISCEF, o agora ISEG, na UFA (União Geral do Fomento), com os amigos e em casa- adorava almoços em família, e, sobretudo, os bem regados e animados que ele adocicava com o seu enorme sentido de humor.

Viveu como sempre quis, longe de alguns holofotes e sem cargos políticos de relevo.

Ajudou muitos a fazer teses, à nossa mãe, que também escreve, o marido era o seu filtro e coadjuvante, e também aos netos a quem deu muito apoio a preparar trabalhos escolares. Eles todos adoravam o avô, apesar dos raspanetes...

Por tudo o que foi e tudo que nos transmitiu, retemos o seu carácter, a sua bonomia, a sua exigência com o cumprimento de deveres, a sua honestidade a toda a prova.

Deixou-nos uma herança pesada, mas, ao mesmo tempo recordamos as suas traquinices de criança, as suas graçolas, a sua generosidade mental, o seu enorme amor à família.

O nosso pai era um melómano e sempre disse que a matemática e a música casavam bem. Nós herdamos o seu gosto pela música, de números ainda sei fazer contas de cabeça, mas a especialista é a minha irmã Inês que foi sua aluna.

De resto, ficou-nos a memória e uma saudade que talvez um dia possamos colmatar. Ele era para nós um exemplo de tenacidade, austeridade, mas com uma grande sensibilidade.

E, por último, não queria terminar sem uma palavra á nossa mãe, uma pessoa maravilhosa, erudita que sempre nos incentivou a seguir em frente sem olhar a obstáculos e que foi graças aos dois que hoje somos o que somos. Como se costuma dizer: “por trás de um grande Homem, está sempre uma grande Mulher”.

Obrigada a todos

Isabel Murteira França





## Bento Murteira, o Pai da Estatística Bayesiana em Portugal

*Nota prévia: Fiz parte da comissão organizadora da cerimónia comemorativa do centenário do nascimento do Professor Bento Murteira, que se realizou no ISEG a 15 de Novembro de 2024. Não quero deixar de manifestar aqui o meu agradecimento aos meus colegas da organização deste evento, Alexandra Bugalho de Moura, João Manuel Andrade e Silva e Rui Paulo, por terem de imediato sugerido o meu nome para apresentar o meu testemunho nesse dia. Embora já tenha publicado, no Boletim da SPE, textos sobre Bento Murteira, não quis deixar de transcrever aqui o texto que li nessa ocasião.*

Sempre tive uma grande admiração e imenso carinho pelo Professor Bento Murteira. Pela sua sabedoria e qualidades. Pela sua atitude gentil e encorajadora para com todos. Pelo seu espírito competitivo, esforçando-se e trabalhando para ser um dos melhores, se não o melhor, em tudo pelo qual mostrava ter interesse e se empenhava.

A primeira vez que ouvi falar do Professor Bento Murteira foi em 1972, tinha eu acabado de entrar na FCUL como assistente estagiária. Nessa altura ele dava aulas de Programação Matemática na Faculdade de Ciências, em substituição do Professor Tiago de Oliveira que se encontrava em licença sabática.

No entanto, apesar do Professor Bento Murteira fazer parte, desde o início da sua criação em 1975, do Centro de Estatística e Aplicações, ao qual eu também pertencia, na realidade o meu contacto mais directo com o Professor Bento Murteira começou após o meu regresso de Sheffield em 1980, onde tinha acabado de defender a minha tese de doutoramento na área da Estatística Bayesiana.

Nessa altura o Professor Bento Murteira era o único doutorado em Portugal com conhecimento na matéria e, naturalmente, foi ele o escolhido para avaliar a minha tese com vista à obtenção de equivalência ao grau de doutor.

Penso que este foi o nosso primeiro elo de ligação. Bento Murteira, entre inúmeros outros assuntos, era um apaixonado pelos Fundamentos da Estatística, pela Teoria da Decisão e pela Metodologia Bayesiana. Partilhávamos esses interesses em comum e conseqüentemente trocámos muitas ideias sobre fundamentos da estatística em geral e inferência bayesiana em particular.

Nas nossas conversas ia ensinando, sem mostrar que o estava a fazer, como se os nossos conhecimentos estivessem ao mesmo nível.

Aprendi muito com ele durante o período em que ele esteve integrado no CEAUL na linha de investigação “Decisão Estatística: Fundamentos e Aplicações”. Havia uma humildade nata na sua maneira de ser, começando pelo facto de não querer ser ele, como seria natural, a liderar esta linha de investigação, deixando essa tarefa para uma principiante como eu.

Quando escreveu o livro “Estatística: Inferência e Decisão” publicado em 1988 pela Imprensa Nacional/Casa da Moeda, e de que hoje fazemos o lançamento de uma nova edição comemorativa do centenário, pediu-me para o ler e comentar antes de o submeter. Novamente, uma prova clara da sua humildade.

É um livro notável, que nos leva, ao longo de oito capítulos, a um percurso que se inicia com um primeiro capítulo, cobrindo cerca de um quarto do livro, devotado aos fundamentos da estatística e da teoria da

decisão, passando de seguida à teoria da utilidade, a problemas de decisão estatística e de inferência, quer do ponto de vista clássico quer bayesiano, com grande profundidade e rigor matemático, mas sempre bem acompanhado por exemplos e contra-exemplos da teoria exposta.

A sua preocupação com o ensino e divulgação da Metodologia Bayesiana e Decisão está patente no que afirma no seu prefácio ao livro, “*a ênfase dada à Inferência Bayesiana e à Decisão Estatística, sobretudo a esta, visa, assim, contrabalançar o peso talvez excessivo que a Estatística Clássica tem no ensino*”. Algo que ainda hoje acontece!

Num capítulo dedicado à evolução da Estatística Bayesiana em Portugal, publicado no livro “Memorial da SPE” em 2005, Carlos Daniel Paulino fez a apologia deste livro referindo o seguinte:

*“Obra mais arrojada de Bento Murteira, pela profunda reflexão crítica sobre as metodologias estatísticas que constitui, foi no nosso meio um marco impulsionador de uma consciência crítica da teoria e prática estatística que, ainda hoje, deve ser leitura assídua e reflexiva de quem faz da Estatística a sua ocupação profissional”.*

Se mais não fosse, esta é justificação suficiente para a tomada de decisão de lançar uma nova edição deste livro, que há muito se encontra esgotado, dando assim oportunidade aos mais jovens para conhecerem esta obra.

A esta ligação com o Professor Bento Murteira e ao interesse na divulgação da Estatística Bayesiana, juntaram-se, ainda na década de oitenta, o Carlos Daniel Paulino, meu primeiro aluno de Mestrado e João Pedro Faria, meu primeiro aluno de doutoramento. As teses por eles defendidas foram ambas brilhantemente discutidas por Bento Murteira.

Chegou uma altura em que os quatro achámos que era propício oferecermos um curso intensivo em Estatística Bayesiana. Isso acabou por acontecer em Fevereiro de 1999. Em 2003 o livro, “Estatística Bayesiana”, baseado nas notas que então distribuámos aos alunos do curso, após correcções e adendas, para as quais o contributo do Professor Bento Murteira foi inestimável, foi publicado pela Fundação Calouste Gulbenkian. O 1º capítulo dedicado aos Fundamentos da Inferência Bayesiana, praticamente todo da autoria de Bento Murteira, e o capítulo mais elogiado deste livro, continua hoje tão actual como o era naquela altura.

Devido ao grande desenvolvimento observado na metodologia bayesiana na primeira década deste século, a segunda edição deste livro levou década e meia a ver a luz do dia e lamentavelmente saiu precisamente no dia em que o Professor Murteira faleceu, não tendo ele tido oportunidade de ver esta nova edição.

Por todo o seu envolvimento desde o início da sua carreira e ao grande incentivo que sempre nos foi dado, é justo afirmar que Bento Murteira foi o Pai da Estatística Bayesiana em Portugal.

Estes dois livros que aqui refiro fazem parte de uma vasta coleção de livros da sua autoria. Tal como já referiu o Presidente da SPE na sua introdução a este evento, são bem conhecidos os seus livros de Probabilidades e Estatística em dois volumes, Introdução à Estatística, Análise Exploratória de Dados, Estatística Descritiva, Análise de Sucessões Cronológicas, entre outros.

No entanto, não é fácil encontrar todos os trabalhos de carácter científico e pedagógico publicados por Bento Murteira. Penso que escrever e actualizar o seu *curriculum vitae*, como é, nos dias de hoje, uma necessidade absoluta para quem deseja desenvolver a sua actividade na carreira académica, não era de modo algum uma das suas prioridades. Dava, sim, prioridade à conquista do conhecimento profundo das matérias em que se envolvia, fruto de um trabalho árduo e exaustivo, e à posterior partilha, com outros, desse mesmo conhecimento.

O livro “Jubileu Bento Murteira” publicado pelo ISEG, por ocasião da homenagem que lhe foi prestada em Junho de 1994, ano em que se jubilou, contém o texto de alguns dos trabalhos mais representativos

da sua actividade de investigação até aquela data, assim como depoimentos de colegas e alunos que mais directamente privaram com ele. Esses textos constituem uma óptima leitura para se perceber a importância do percurso académico e científico de Bento Murteira, muito particularmente, para perceber a importância do Professor Bento Murteira na divulgação e desenvolvimento da Estatística e Econometria em Portugal.

Em resumo e parafraseando João Branco “*Bento Murteira foi um homem de ideias e um incansável obreiro na sua área de actividade*” (Boletim de Outono, SPE, 2018).

Felizmente o mérito do Professor Bento Murteira foi bem reconhecido por todos os seus pares. Foi sempre extremamente respeitado pela comunidade científica e muito particularmente pela comunidade estatística.

Em Maio de 2003 foi-lhe atribuído o título de *Doutor Honoris Causa* pela Universidade de Lisboa, título atribuído “*a personalidades eminentes, nacionais ou estrangeiras, que se tenham distinguido na actividade académica, científica, profissional, cultural, artística, cívica ou política, ou que hajam prestado altos serviços à Universidade, ao País ou à Humanidade*”.

Em Dezembro de 2013, durante o XXI Congresso da Sociedade Portuguesa de Estatística, foi-lhe justamente atribuído o “Prémio Carreira - SPE”, prémio especificamente destinado a “*reconhecer a actividade de estatísticos portugueses com papel de relevância no desenvolvimento científico, pedagógico e de divulgação da Estatística em Portugal*”.

Membro Honorário da Ordem dos Economistas, foi distinguido em 2007 “*pelo seu papel como professor e investigador no domínio dos instrumentos matemáticos da ciência económica, em particular como pioneiro da introdução do estudo da econometria e da investigação operacional em Portugal*”.

Ao nível Nacional foi agraciado como Grande Oficial da Ordem de Santiago de Espada do Mérito Científico, Literário e Artístico, tendo sido condecorado pelo Presidente da República durante as cerimónias do dia 10 de Junho de 1994.

Para terminar tenho de referir que os interesses do Professor Murteira não se limitavam de modo algum à Estatística ou à Economia e Finanças. Bento Murteira era na realidade uma figura ímpar. Extremamente culto, falava com todo o à-vontade e autoridade em questões de Filosofia, Física, Teoria Quântica, Religião, Música! Falava apaixonadamente nos assuntos que dominavam o seu interesse do momento e era um verdadeiro prazer ouvi-lo falar.

O Professor Bento Murteira, foi uma personalidade que marcou profundamente o florescimento da Probabilidade e Estatística em Portugal no século passado. Deixou-nos um legado ímpar que não é demais recordar, merecendo inegavelmente um lugar na História da Matemática Aplicada e da Estatística em Portugal.

O Professor Bento Murteira deixa-me muitas saudades. E deixa com certeza muitas saudades a todos aqueles que, como eu, tiveram o grande privilégio de com ele privar.

É pois mais que justa a homenagem que aqui hoje lhe prestamos, ao comemorar o centenário do ano do seu nascimento.

Maria Antónia Amaral Turkman

Centro de Estatística e Aplicações, Universidade de Lisboa



# Bento Murteira e o Vocabulário Estatístico Português

Dinis Pestana, [ddpestanda@ciencias.ulisboa.pt](mailto:ddpestanda@ciencias.ulisboa.pt)

*Centro de Estatística e Aplicações (CEA/UL),  
DEIO, Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa (FCUL),  
Instituto de Investigação Científica Bento da Rocha Cabral*

Mudam-se os tempos, mudam-se as vontades... Agora é louvável escrever em inglês teses apresentadas em universidades portuguesas, quando em meados do século XX os raros privilegiados que foram bolseiros no estrangeiro para obter o grau de Doutor tiveram que escrever em português a dissertação. A tese de Bento Murteira [1], resultante dos trabalhos orientados por Sir Maurice Kendall em Londres (onde Murteira também afinou a sua cultura estatística com Tippett e com Quenouille, entre outros) em 1950-51, fixou desde logo uma substancial parte do vocabulário português de sucessões cronológicas<sup>1</sup>, área em que mais tarde publicou com Daniel Muller e K. Feridun Turkman [5] um manual que naturalmente amplia o glossário com termos e siglas associadas a modelos de sucessões cronológicas entretanto introduzidos.

Regressado ao Instituto Superior de Ciências Económicas e Financeiras (ISCEF), a partir dos anos cinquenta foi o regente de Estatística, e depois também de Econometria, e os apontamentos das aulas foram um veículo para a normalização do vocabulário estatístico português, reconhecendo naturalmente o papel pioneiro de Leite Pinto no ISCEF e de Varennes e Mendonça no Instituto Superior de Agronomia, entre outros. Passos decisivos para o enriquecimento da cultura estatística em Portugal, e consequentemente fixação do glossário estatístico português, foram as publicações de *Estatística: Inferência e Decisão* [2]<sup>2</sup> e de *Estatística Bayesiana* [3], este em coautoria com Daniel Paulino e com Maria Antónia Amaral Turkman, e na segunda edição (2018) também com Giovani Silva como coautor.

Mas é também de referir os dois volumes de *Probabilidades e Estatística* [8], de 1979-1980, remodelado com Marília Antunes [4] em 2012-2013. Pouco após a tradução da introdução à Análise Exploratória de Dados de Hoaglin et al. [9], Murteira [10] modificou totalmente a abordagem à Estatística Descritiva que publicara com Black [11], passando a usar as propostas de tradução da

<sup>1</sup> Anote-se que também fez escolhas, admissíveis mas que nem sempre prevaleceram no Glossário da SPE de Paulino et al. [6]: Traduziu “upcross” e “downcross” por “zeros crescentes” e “zeros decrescentes”, “variate difference method” como “método das diferenças”, usou “grau de casualidade” para “degree of randomness” de Moyal, e na p. 85 “suavização” no sentido de “smoothing” (quando em [7] o termo “suavização” é usado como tradução de “graduation (of curves)”), “harmónicos móveis” para “changing harmonics”. Por outro lado, nas pp. 12 e 14 usa “<<test>> de significância” e nas pp. 33-34 usa “<<test>> de hipóteses” — e ulteriormente nunca veio a usar a expressão “testes”, preferindo sempre “ensaios” — na Nota (66) de [7] Murteira e Madureira escrevem “*Há quem use o neologismo teste, todavia tal não parece necessário, porque existem as palavras prova e ensaio*”. Na decomposição de sucessões cronológicas usa “estacional” em vez de “sazonal”, e na p. 38 escreve “menores quadrados”. Por outro lado, invocando Paul Lévy usa “processos estocásticos” como um modo de definição de “funções aleatórias”.

<sup>2</sup> “*A obra mais arrojada de Bento Murteira, Estatística: Inferência e Decisão, que só em 1988 seria publicada, pela profunda reflexão crítica sobre as metodologias estatísticas que constitui, foi no nosso meio um marco impulsionador de uma consciência crítica da teoria e prática estatística que, ainda hoje, deve ser leitura assídua e reflexiva de quem faz da Estatística a sua ocupação profissional.*” Paulino, C. D. (2005), A evolução da Estatística Bayesiana em Portugal, in Rosado, F., ed. (2005) *Memorial da Sociedade Portuguesa de Estatística*, SPE, Lisboa, 215–217. Anote-se que circulou anteriormente uma versão mimeografada, que Murteira tinha disponibilizado como texto de apoio da cadeira de pós-graduação que regia no ISCEF.

terminologia expressiva de Análise Exploratória de Dados criada por Tukey e a sua escola<sup>3</sup>.

Em 1958, Bento Murteira e Mário Soares Madureira [7] publicaram um opúsculo sobre vocabulários estatísticos da língua portuguesa. A indicação dos autores não está em ordem alfabética, indicando provavelmente que Bento Murteira, que teve que escrever em português a sua tese de doutoramento [1] feita em Londres, e publicara várias edições de notas de cursos de Estatística<sup>4</sup> e de Econometria, teve o protagonismo na redação desse trabalho.

Após várias considerações judiciosas sobre as vantagens de uniformização do léxico, e sobre a eventual necessidade de neologismos para exprimir novos conceitos (explicitamente referindo os “*numerosos e importantes trabalhos do genial Fisher*”, mas aparentemente ignorando as notáveis publicações de Stevens [12–16], um discípulo de Fisher que trabalhou no grupo de Antropologia de Coimbra, e que substancialmente enriqueceram o glossário estatístico português), Murteira e Madureira enaltecem o papel inovador de Varennes e Mendonça (1942) [17] em língua portuguesa, e de Cansado (1950) [18] em castelhano.

Também em 1950, o Inter American Statistical Institute (IASI) publicara um vocabulário estatístico em inglês, espanhol, português e francês com cerca de 1800 expressões; um dos objetivos seria, naturalmente, contribuir para estabelecer equivalentes apropriados para termos ingleses de origem relativamente recente. Parte substancial do trabalho de Murteira e Madureira [7] reproduz 184 desses termos<sup>5</sup>, por os considerar “*mais importantes e de mais difícil tradução*”<sup>6</sup>, comentando e ocasionalmente “*propondo alguns termos que se afiguram mais adequadas do que os inseridos no vocabulário do IASP*”, em 72 anotações.

Na primeira das tabelas apenas comparam-se as traduções do IASI com as de Murteira e Madureira [7] e com a “norma” do Glossário da Sociedade Portuguesa de Estatística de Paulino et al. [6], mantendo a ortografia da época usada pelos autores. Em alguns casos (por exemplo “link relative index number” ou “kurtosis” a anotação de Murteira e Madureira [7] apenas adere ao uso dos neologismos “número-elo” e “curtose” propostos na tradução do IASI, quando de um modo geral o pendor é desconfiar de neologismos<sup>7</sup>.

Em particular para traduzir “test” preferem “prova” ou “ensaio” a “teste”, e também rejeitam “randômico” para traduzir “random”, e repudiam “padronizado” em favor de “estandardizado”. Algumas opções são para os hábitos atuais estranhas, por exemplo a tradução “traçado de experiências” para “experimental design”, que vem de Varennes e Mendonça [17], ou “ajustamento mínimo-quadrático” para “least squares fit”, diretamente da tradução em castelhano proposta por Cansado [18]<sup>8</sup>.

<sup>3</sup> Nomeadamente “diagrama em caixa com bigodes”, tradução de “box and whiskers plot”, mas é de recordar que antes disso Murteira tinha usado a expressão “diagrama de extremos e quartis”, adequadamente descritiva.

<sup>4</sup> Nas notas do curso de Estatística de 1955 usa “assimetria” para “skewness”, mas não traduz “kurtosis”, razão que explica que Murteira e Madureira em [7] elogiem e adotem do glossário IASI, adiante referido, o neologismo “curtose”.

<sup>5</sup> Por lapso não consta a tradução IASI de “subsample of nonresponses”.

<sup>6</sup> Na página 19 os autores anunciam que “*Em nota posterior completar-se-á o trabalho, apresentando a tradução de alguns vocábulos que, apesar da sua importância, não foram considerados no referido vocabulário.*” Essa nota não foi encontrada.

<sup>7</sup> Na Introdução advertem que “*a inexistência de vocábulo adequado ou o desconhecimento da sua existência, por má informação sobre o léxico, leva muitas vezes ao emprego de neologismos nem sempre gramaticalmente bem elaborados*”, e nos comentários manifestam o desagrado por neologismos como “biés”, “hachurar”, “promédia” e “promediar”, de facto bizarros.

Anotam que “estaticista” é um neologismo, mas estranhamente, usam-no na linha 24 da página 8 (Murteira já usara “estaticista” na p. 68 de [1]). Já ouvi comentar que considerar-me “estatístico” é inadequado, porque isso implicaria que a minha encantadora esposa seria uma “estatística” — mas não resisto a comentar que para esses galicistas/anglicistas eu não me deveria considerar “matemático” e ela não seria uma conceituada “matemática”, e deveríamos declarar-nos um e outro “matematicistas”, e passaríamos a conhecer colegas fisicistas e quimicistas, a menos que o Trump acabe de vez com estas confusões de género!

<sup>8</sup> A evolução da Estatística levou a que muitas das expressões (que assinalamos com \*) que Murteira e Madureira selecionaram por lhes parecerem “*mais importantes ou de mais difícil tradução*” deixassem de ter relevância, e não constam no Glossário

Pareceu-nos interessante incluir também uma tabela com as traduções propostas em 1942 por Varennes e Mendonça [17]. No que se refere à impropriedade de usar “consistent estimate”, “efficient estimate” e “sufficient estimate” nessa tabela, que assinalamos com †, reproduzimos a anotação (26) de Murteira e Madureira [7]: “*Parece-nos de interesse assinalar aqui a diferença fundamental que existe entre estimador — função das observações que formam uma amostra — e estimativa — valor particular tomado pelo estimador quando as observações são fixadas. Como sinónimo de estimador emprega-se estatística. Assim, pode falar-se de estimadores ou estatísticas consistentes, eficientes e suficientes, mas não deve dizer-se estimativa consistente, eficiente ou suficiente. Infelizmente a distinção que se deixa indicada não é feita com a frequência que seria de desejar.*”

## Referências

- [1] Murteira, B. (1953). *Algumas Propriedades dos Processos Auto-Regressivos*. Editorial Império, Lisboa. <http://hdl.handle.net/10400.5/11737>
- [2] Murteira, B. (1988). *Estatística: Inferência e Decisão*. Imprensa Nacional — Casa da Moeda, Lisboa, reeditado em 2024 por ocasião do centenário.
- [3] Paulino, C.D., Amaral Turkman, M.A., Murteira, B. (2003). *Estatística Bayesiana*. Fundação Calouste Gulbenkian, Lisboa (2ª ed. 2018, com Giovanni Silva como coautor).
- [4] Murteira, B., Antunes, M. (2012). *Probabilidades e Estatística*. Livraria Escolar Editora, Lisboa.
- [5] Murteira, B., Muller, D., Turkman, K.F. (1993). *Análise de Sucessões Cronológicas*. McGraw-Hill, Lisboa.
- [6] Paulino, C.D., Pestana, D., Branco, J., Julio Singer, J., Barroso, L., Bussab, W. (2011). *Glossário Inglês-Português de Estatística*. Sociedade Portuguesa de Estatística e Associação Brasileira de Estatística. <https://www.spestatistica.pt/pt/glossario>
- [7] Murteira, B., Madureira, M.S. (1958). Vocabulários Estatísticos em Língua Portuguesa. Centro de Estudos de Estatística Económica, Lisboa. Republicado em 1994 no volume *Jubileu: Bento Murteira*. ISEG, pp. 305-321.
- [8] Murteira, B. (1979-1980). *Probabilidades e Estatística*. McGraw-Hill, Lisboa.
- [9] Hoaglin, D.C., Mosteller, F., Tukey, J.W. (1992). *Análise Exploratória de Dados. Técnicas Robustas — Um Guia*, Salamandra, Lisboa.
- [10] Murteira, B. (1993). *Análise Exploratória de Dados, Estatística Descritiva*. McGraw-Hill, Lisboa.
- [11] Murteira, B., Black, G.H.J. (1983). *Estatística Descritiva*. McGraw-Hill, Lisboa.
- [12] Stevens, W. L.(1942). Teoria matemática dalgumas distribuições usadas em Estatística (Questões de Método, 4). *Revista da Faculdade de Ciências da Universidade de Coimbra* **X** (2), 247-288.
- [13] Stevens, W. L. (1944). Estimação estatística: teoria da estimação de dois ou mais parâmetros, exemplificada com o problema da estimação das frequências dos genes dos grupos sanguíneos (Questões de Método, 5). *Revista da Faculdade de Ciências da Universidade de Coimbra* **XII** (1), 23–104 e (2), 175–221.
- [14] Stevens, W. L. (1945). Aplicação do teste  $X^2$  à análise da variância (Questões de Método, 6). *Revista da Faculdade de Ciências da Universidade de Coimbra* **XIII** (1), 5–17.

---

da Sociedade Portuguesa de Estatística de Paulino et al. [3], nem no de Ventura et al. [19], nem no de Assis et al. [20].

- [15] Stevens, W. L. (1945). Análise discriminante (Questões de Método, 7). *Revista da Faculdade de Ciências da Universidade de Coimbra XIII* (1), 37–86.
- [16] Stevens, W. L. (1945). Novos métodos para o estudo da Genética humana (Questões de Método, 9). *Revista da Faculdade de Ciências da Universidade de Coimbra XIII* (1), 145-217.
- [17] Varennes e Mendonça, P. (1942). Da terminologia estatística portuguesa. *Anais do Instituto Superior de Agronomia, XIII*, 39-42.
- [18] Cansado, E. (1950). Vocabulário estadístico ingles-español. *Trabajos de Estadística 1*, 221–248. <https://doi.org/10.1007/BF03008041>
- [19] Ventura, C., Pestana, D., Gomes, M.I., Pestana, P. (2014). *Glossário de Termos Estatísticos*. Instituto Nacional de Estatística, Lisboa (2014). <https://www.ine.pt/xurl/pub/211276307>.
- [20] Assis, J.P., Sousa, R.P., Dias, C.T.S. (2019). *Glossário de Estatística*. EdUFERSA, Mossoró, Brasil.

### **Saudades de Bento Murteira**

Fui aluno do Professor Bento Murteira em 1974 num curso pós-graduado na Fundação Calouste Gulbenkian, em Oeiras. Aulas modelares. Além da excelência didática, um homem de uma gentileza sem limites e, nas boleias que muitas vezes me deu para Lisboa, um conversador inspirado, tão rico de assuntos quanto um Nemésio das ciências. Mais tarde, como meu colega senior, foi sempre um prazer debater ideias com ele, admirar a sua justeza de caráter, e a generosidade deste gigante a considerar os que, mais modestamente dotados, o rodeavam. A sua tese de doutoramento *Algumas Propriedades dos Processos Auto-Regressivos* [1], *Estatística: Inferência e Decisão* [2] e *Estatística Bayesiana* [3] são um modelo de rigor e lucidez na discussão dos conceitos; e Murteira tem sem dúvida merecida primazia na publicação de obras didáticas — foi para mim uma honra escrever uma breve nota para a contracapa da edição de *Probabilidades e Estatística* [4], que refez com a minha distinta colega (e anteriormente aluna) Marília Antunes. Admiro muito Bento Murteira, quer pela qualidade da sua obra, quer pela sua gentileza e pelo seu bom feitio, que só falhava quando os parceiros de bridge não estavam à altura.

### **Agradecimento**

Agradeço à Dr<sup>a</sup> Ana Alves, secretária do CEAUL, a diligência com que trata os meus pedidos de digitalizar bibliografia menos acessível, nomeadamente o opúsculo de Murteira e Madureira [4], e requisita para mim obras em diversas bibliotecas universitárias. À Professora Maria de Fátima Brilhante agradeço a correção de gralhas que encontrou na versão inicial, e ao Professor Fernando Rosado a revisão cuidada e a formatação final do texto.

### **Financiamento**

Investigação parcialmente financiada pela FCT – Fundação para a Ciência e Tecnologia, através do projeto UIDB/00006/2020 (CEA/UL). <https://doi.org/10.54499/UIDB/00006/2020>.

	<b>IASI</b>	<b>Murteira e Madureira</b>	<b>Paulino et al.</b>
acceptance sampling	amostragem para aceitação	amostragem para recepção	amostragem de aceitação
accuracy	exactidão		exactidão; acurácia
adjustment (of data)	ajustamento		ajustamento
agricultural census *	censo agropecuário		
allocation of sampling units	distribuição das unidades de amostragem; imputação das unidades de amostragem	repartição das unidades de amostragem; imputação das unidades de amostragem	atribuição de uma amostra
alphabetical punch *	perfuradora alfabética		
alphabetical tabulator *	tabuladora alfabética		
alphabetical verifier *	verificadora alfabética		
area graph *	gráfico de áreas		
area sampling	amostragem na base de áreas	amostragem por áreas	amostragem por áreas
array (series arranged according to magnitude)	ordenação		rol; arranjo
array (to arrange a series according to magnitude) *	dispor em ordem de grandeza		
assumed mean *	ver “working origin” ou “arbitrary origin”		
average (measure of central tendency)	promédio	valor médio	média
average (v.) *	calcular a média; promediar	calcular a média	
average of relatives	média de relativos	média de razões	média de razões
axonometric chart	gráfico axonométrico		gráfico axonométrico
band chart	gráfico de faixas		gráfico de faixas; gráfico de bandas
bar chart	gráfico em barras	gráfico de barras	diagrama de barras; gráfico de barras
bell-shaped curve	curva campanular		curva em forma de sino; curva campanular



	<b>IASI</b>	<b>Murteira e Madureira</b>	<b>Paulino et al.</b>
bench-mark *	ponto de referência		
bench-mark data *	dados de referência		
best estimate *	a melhor estimativa	melhor estimativa	
bias	biés; tendenciosidade	vício, enviesamento	viés; enviesamento; excentricidade
biased	biesado; tendencioso	viciado; enviesado	enviesado
bivariate (adj.)	bivariável; de duas variáveis		bivariado; bidimensional
cavasser method of census enumeration *	ver "direct method of census enumeration"		
card counter *	contadora de cartões	contadora de fichas	
card file *	fichário	ficheiro	
cell	casa; célula	casa; célula; quadrícula	célula; cela
census enumeration *	colecta censitária	enumeração censitária	
census enumerator *	agente censitário		
census schedule *	questionário censitário	questionário do recenseamento	
census tract *	trato estatístico	área social censitária; sector de recenseamento	
chain (v.)	concatenar; encadear		encadear
chain indexes	índices em cadeia		índices em cadeia
chain relatives	relativos em cadeia	razões em cadeia	razões em cadeia
chaining (process of)	encadeamento		encadeamento
cluster	conglomerado		agrupamento; grupo; conglomerado;
cluster sampling	amostragem de conglomerados		amostragem por conglomerados; amostragem por grupos
collect (statistical data) *	colectar	recolher; compilar	
column heading *	cabeçalho de coluna	cabeça de coluna	
component part chart *	gráfico de partes componentes	gráfico de composição	

	<b>IASI</b>	<b>Murteira e Madureira</b>	<b>Paulino et al.</b>
composite index number	número índice composto (de vários fenómenos de natureza diversa); número índice sintético (de vários fenómenos da mesma natureza)	número índice complexo (de vários fenómenos de natureza diversa); número índice composto (de vários fenómenos da mesma natureza)	número índice composto
consistent statistic	† estimativa consistente de parâmetro	estatística consistente; estimador consistente	estimador consistente
convergence in probability	convergência estocástica	convergência em probabilidade	convergência em probabilidade
cross classification	classificação combinada		classificação cruzada
cross-hatch (v.) *	hachurar em linhas cruzadas	sombrear	
cross-hatching *	hachura cruzada		
cutoff date (time limit beyond which returns from a survey are disregarded)	data-limite (de inclusão)		data de truncatura
cutoff point (criterion determining the limits for inclusion of elements in a survey)	limite de inclusão (de unidades numa pesquisa); ponto limite		ponto de corte
data collection *	colecta de dados	recolha de dados; colheita de dados	
degrees of freedom	graus de liberdade		graus de liberdade
direct method of census enumeration (canvasser) *	método directo de recenseamento		
dot chart	diagrama de pontos		diagrama de pontos
dot map *	cartograma de pontos		
design of experiments	planejamento de experiências	delineamento de experiências; traçado de experiências	delineamento de experiências; planeamento de experiências; planejamento de experiências
downward bias	biés descendente; tendenciosidade descendente	enviesamento negativo	viés descendente
duplicatin key punch *	perfuradora duplicadora		

	<b>IASI</b>	<b>Murteira e Madureira</b>	<b>Paulino et al.</b>
efficient statistic	† estimativa eficiente do parâmetro	estimador eficiente; estatística eficiente	estatística eficiente
error of estimate	erro de estimativa		erro de estimação
estimate	avaliação; estimativa	estimativa	estimativa
estimate (v.)	avaliar; estimar	estimar	estimar
estimating equation	equação de estimativa	equação de estimação	equação de estimação
experimental design	planejamento de experiências	delineamento de experiências; traçado de experiências	delineamento de experiências; planejamento de experiências
factor reversal test	prova de reversão de factores		teste de reversão de factores
fiducial limits	limites fiduciais		limites fiduciais
flow chart	gráfico de rotina; harmonograma	gráfico de fluxos	gráfico de fluxos; fluxograma
follow-up interview	entrevista complementar		entrevista complementar
frame (of a survey)	fundamentos (de uma pesquisa)	base de um inquérito; lista base de um inquérito	base (de amostragem)
functional chart *	esquema funcional	diagrama funcional	
gang punch *	perfuradora múltipla		
generating function	função geratriz	função geradora	função geradora
goodness of fit	exatidão do ajustamento	precisão do ajustamento	qualidade de ajustamento; ajuste
graduation (of curves)	regularização	suavização	gradação (em desuso)
heteroscedasticity	heteroscedasticidade		heteroscedasticidade
high-low graph *	gráfico de máximos e mínimos		
homoscedasticity	homoscedasticidade		homoscedasticidade
household method of census enumeration	ver "indirect method of census enumeration"		método de enumeração censitária por agregado familiar
indirect method of census enumeration *	método indirecto de recenseamento		

	<b>IASI</b>	<b>Murteira e Madureira</b>	<b>Paulino et al.</b>
intercensal population estimates *	estimativas intercensitárias da população		
interpenetrating samples	amostras interpenetradas	amostras interpenetradas	amostras interpenetrantes
joint distribution	distribuição conjunta		distribuição conjunta
joint regression	regressão combinada		regressão conjunta
key punch (mach. tab.) *	perfuradora		
kurtosis (peakness of curve)	curtose	curtose	curtose
lag (between two time series)	atraso	desfasamento	atraso; desfasamento
lead (of one time series over another) *	avanço	desfasamento	
least squares fit	ajustamento pelos mínimos	ajustamento mínimo-quadrático	ajustamento dos mínimos quadrados
leptokurtic	leptocúrtico		leptocúrtico
Lexis ratio *	coeficiente de Lexis		
likelihood	verosimilhança		verosimilhança
link relative	número-elo (razão de preços, etc., correspondente a dois períodos sucessivos)	número-elo	razão em cadeia
link relative index number *	número índice de números-elos		
market research *	pesquisa de mercado	estudo de mercados	
master card *	cartão mestre; ficha mestre		
master sample	amostra principal		amostra principal
mesokurtic	mesocúrtico		mesocúrtico
multi-phase sampling	amostragem por fases múltiplas		amostragem multifásica
multiple axis graph *	gráfico de eixos múltiplos		
multi-stage sampling	amostragem por etapas múltiplas		amostragem por etapas múltiplas; amostragem multietápica; amostragem em múltiplos estágios
multivariate (adj.)	de múltiplas variáveis; multivariável		multivariado

	<b>IASI</b>	<b>Murteira e Madureira</b>	<b>Paulino et al.</b>
networks of samples	redes de amostras parcialmente sobrepostas		redes de amostras
nonsampling error *	erro alheio à amostragem		
normal deviate	desvio normal padronizado	desvio normal estandarizado	desvio normal; quantil gaussiano
null hypothesis	hipótese de nulidade	hipótese de nulidade; hipótese a ensaiar	hipótese nula
numerical key punch (mach. tab.) *	perfuradora numérica		
numerical tabulator (mac. tab.) *	tabuladora numérica		
optimum allocation of the sample	distribuição óptima (das unidades) da amostra	repartição óptima (das unidades) da amostra	atribuição óptima; alocação ótima
organization chart *	organograma		
osculatory interpolation *	interpolação osculatória		
overestimate *	superestimar	sobrestimar	
paired variates	variáveis emparelhadas		variáveis emparelhadas
pairing (of variate) *	emparelhamento		
percentage distribution	distribuição percentual		distribuição percentual
periodogram	periodograma		periodograma
periodogram analysis *	análise periodográfica		
pie chart	gráfico de sectores; sectograma	gráfico de sectores	gráfico ou diagrama de sectores; gráfico ou diagrama de queijo
pilot survey	pesquisa de orientação	inquérito-guia	estudo-piloto
platykurtic	platicúrtico		platicúrtico
pooled variance *	variância combinada		
precensus count *	contagem pré-censitária		
price relative (simple index number)	preço relativo; relativo de preços	preços relativos	razão de preços
primary sampling unit	unidade primária de amostragem		unidade primária de amostragem
proportional allocation of the sample *	distribuição proporcional (das unidades) da amostra	repartição proporcional (das unidades) da amostra	

	<b>IASI</b>	<b>Murteira e Madureira</b>	<b>Paulino et al.</b>
public opinion research *	pesquisa de opinião pública	inquérito à opinião pública	
punch (mac. tab., v.)*	perfurar		
punched cards (mach. tab) *	cartões perfurados	fichas perfuradas	
purposive sample	amostra (por selecção) intencional	amostra (por selecção ou escolha) dirigida	amostra intencional; amostra propositada
purposive sampling	amostragem (por selecção) intencional	amostragem (por selecção ou escolha)	amostragem intencional; amostragem propositada
purposive selection *	selecção intencional		
quantity relative (index numbers)	razão de quantidades (número índice simples de volume físico)		razão de quantidades
quota sampling	amostragem por quotas		amostragem por quotas
random (adj.)	acidental; aleatório; ao acaso; randômico	acidental; aleatório; ao acaso	aleatório; casual
random sample	amostra seleccionada ao acaso	amostra escolhida ao acaso	amostra aleatória; amostra casual
random sampling	amostragem (por selecção) ao acaso		amostragem aleatória; amostragem casual
random selection	selecção ao acaso		selecção aleatória
range (measure of variation)	amplitude total	amplitude total; intervalo de variação; intervalo total; intervalo	amplitude; gama de variação
rank correlation coefficient	coeficiente de correlação ordinal		coeficiente de correlação ordinal; coeficiente de correlação de postos
ratio test	prova de razões (de probabilidade)	prova de razões de verosimilhança	teste de razões
retail index price *	índice de preços de varejo	índice de preços de retalho	
run (in sequence, each element or group of repeated elements which is preceded and followed by different elements)	repetição		sequência; repetição

	<b>IASI</b>	<b>Murteira e Madureira</b>	<b>Paulino et al.</b>
sample design	planejamento de amostragem	planejamento de amostragem; traçado de amostragem	delineamento (planeamento / planejamento) da amostra; plano da amostra; plano amostral
scatter diagram	diagrama de dispersão		diagrama de dispersão
scedastic	cedástico		cedástico
scedasticity	cedasticidade		cedasticidade
schedule (census) *	questionário		
seasonal variation	variações estacionais		variação sazonal
self-correlation coefficient	coeficiente de autocorrelação		coeficiente de autocorrelação
self-enumeration method *	ver "direct method of census enumeration"		
self-weighted sample	amostra auto-ponderada		amostra autoponderada
sequential analysis	análise sucessiva	análise progressiva	análise sequencial
sequential (method of ) sampling	amostragem sequencial; método de amostragens	método de amostragens sucessivas	amostragem sequencial
sequential probability ratio test	prova de razões sucessivas de probabilidades		teste sequencial da razão de probabilidades (verosimilhanças)
serial correlation	correlação serial		correlação serial
social area *	trato estatístico	área social censitária; sector de recenseamento	
spot check *	verificação ao acaso	verificação in loco	
spurious correlation	correlação espúria		correlação espúria
standard deviate	desvio padronizado	desvio estandardizado	desvio padronizado; desvio
standard error of estimate	erro padrão de estimativa	erro padrão de estimação	erro padrão da estimativa
statistic	estimativa de um parâmetro	estatística; estimador de um parâmetro	estatística
statistical processing *	elaboração estatística	apuramento estatístico	
statistician *	estatístico	estatístico; estatista; estatístico	

	<b>IASI</b>	<b>Murteira e Madureira</b>	<b>Paulino et al.</b>
stub (of a statistical table) *	coluna indicadora; coluna matriz		
stub heading *	título da coluna indicadora ou		
subsample of nonresponses*			
sufficient statistic	† estimativa suficiente do parâmetro	estimador suficiente	estatística suficiente
survey	inquérito; pesquisa		sondagem; inquérito
tally sheet *	mapa de apuração	mapa de apuramento; folha de apuramento	
test	prova; teste	prova; ensaio; teste	teste
time reversal test (index numbers)	prova de reversão dos períodos	prova de reversão no tempo; critério de reversão no tempo	teste de reversão no tempo
time series	série cronológica	sucessão cronológica	série temporal; sucessão cronológica
two-direction bar chart *	gráfico de barras bi-direccional		
ultimate sampling unit *	unidade final de amostragem		
unbiased (adj.)	não viesado; sem tendenciosidade	não viciado	centrado; não enviesado
underestimate (v.)	subestimar		subestimar
uniform sampling fraction	fracção constante de amostragem		fracção uniforme de amostragem
upward bias	biés ascendente; tendenciosidade	enviesamento positivo	viés positivo; enviesamento por excesso; enviesamento positivo
variate	variável estatística	variável estocástica, casual ou aleatória	variável
variate difference method of correlation *	método de correlação das diferenças de variáveis		
wholesale price index *	índice de preços de atacado	índice de preços por grosso	
working origin	origem arbitrária		origem de trabalho

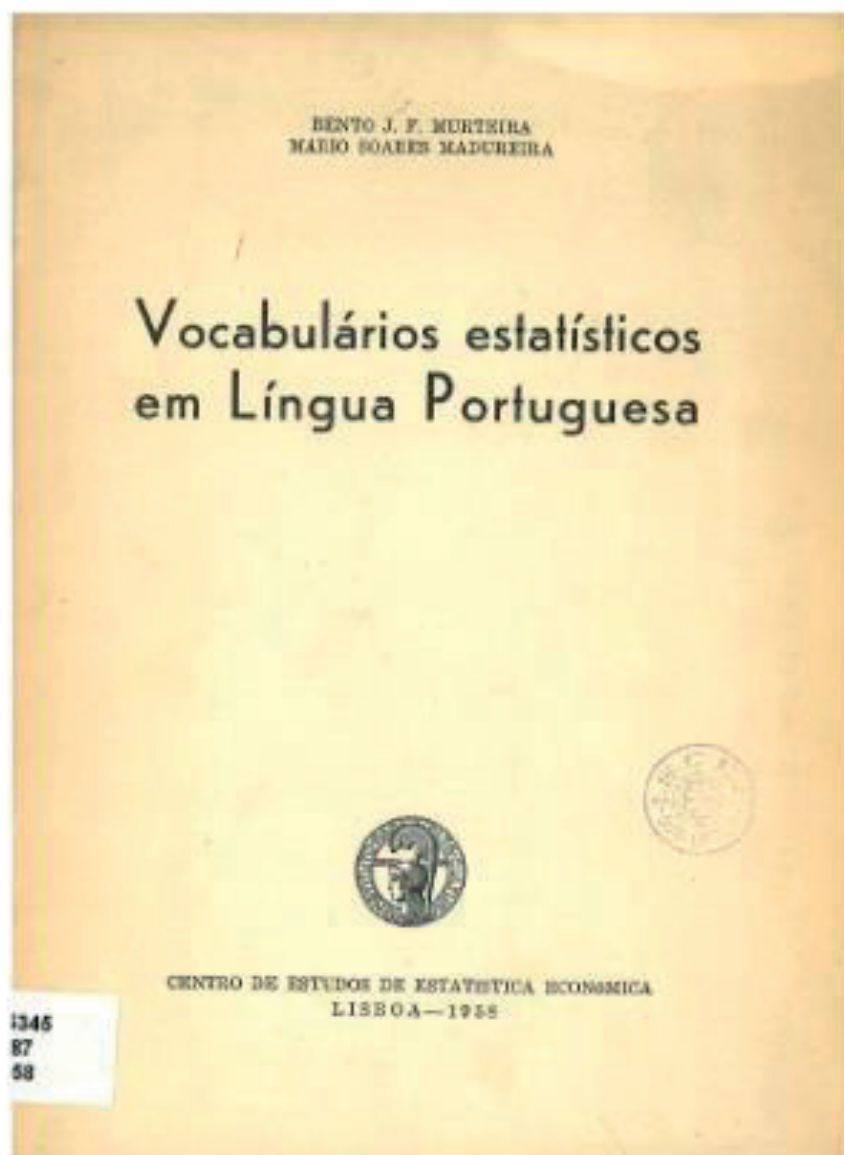


	<b>Varenes e Mendonça</b>	<b>Paulino et al.</b>
bias (of an estimate)	excentricidade	viés, enviesamento; excentricidade
bias (of an experiment) *	incorrecção	
biased estimate	avaliação mal centrada	† estimador enviesado
confound (to)	indistinguir	confundir
confounding	indistinção	confundimento
consistency	consistência	consistência
consistent estimate	avaliação consistente	† estimador consistente
contingency table	tábua de contigência	tabela de contingência
covariance (número)	covariância	covariância
degrees of freedom	graus de liberdade (já adoptado em Mecânica e Geometria n-dimensional)	graus de liberdade
design (of an experiment)	traçado ou projecto	delineamento de experiências; planeamento de experiências; planeamento de experiências
distribution	distribuição; ex: z distribution — distribuição de z	distribuição
efficiency	eficiência	eficiência
efficient estimate	avaliação eficiente	† estimador eficiente
enlargement (of an experiment)	ampliação	
estimate	avaliação	estimativa
estimation	avaliação	estimação
fiducial limits	limites fiduciários	limites fiduciais
fiducial probability	probabilidade fiduciária	probabilidade fiducial
graeco-latin square	quadrado greco-latino	quadrado greco-latino
grouping	agrupamento	agrupamento
higher square *	quadrado de ordem superior	
inductive inference	inferência indutiva	inferência indutiva
interaction	interacção	interacção
intrinsic accuracy	precisão intrínseca	exatidão intrínseca
invariance	invariância	invariância
latin square	quadrado latino	quadrado latino
level of significance	nível de significância	nível de significância
likelihood	verosimilidade, verosimilhança ou	verosimilhança
maximum likelihood	verosimilidade máxima	verosimilhança máxima
likely *	verosímil	
location	localização	localização
null hypothesis	hipótese anulável	hipótese nula
orthogonality	ortogonalidade	ortogonalidade
orthogonalize	ortogonalizar	ortogonalizar
pairing *	emparelhamento	
quantity of information *	quantidade de informação	
random sample	amostra casual	amostra aleatória; amostra casual
randomization	casualização, sorteio, tiragem à sorte ou tiragem ao acaso	aleatorização; casualização
randomize	casualizar, sortear, tirar à sorte ou tirar ao acaso	aleatorizar; casualizar
randomized blocks	blocos casualizado	blocos aleatorizados
restriction *	restrição	
sample	amostra	amostra
sampling	amostragem	amostragem
sensitiveness (of an experiment)	sensibilidade	
significance	significação ou significância	significância
significant	significante ou significativo	significativo
specification	especificação	especificação
standard deviation	desvio padrão	desvio padrão
standard error	erro padrão	erro padrão

	<b>Varenes e Mendonça</b>	<b>Paulino et al.</b>
test	prova; exemplos: test of significance — prova de significação, t-test — prova de t	teste
unbiased estimate	avaliação bem centrada	† estimador centrado; estimador não-enviesado
validity	validade	validade
variance	variância	variância

\* – Cf. Nota de rodapé 8

† – Cf. último parágrafo do texto.



## Filas de Espera em Telecomunicações: das Origens ao Século XXI

Nelson Antunes, [nantunes@ualg.pt](mailto:nantunes@ualg.pt)  
Universidade do Algarve e CIDMA

Gonçalo Jacinto, [gicj@uevora.pt](mailto:gicj@uevora.pt)  
Escola de Ciências e Tecnologia,  
Universidade de Évora e CIMA

António Pacheco, [antonio.pacheco.pires@tecnico.ulisboa.pt](mailto:antonio.pacheco.pires@tecnico.ulisboa.pt)  
Instituto Superior Técnico - Universidade de Lisboa

### 1. Introdução

A investigação em (redes de) filas espera é fortemente motivada por aplicações em diversos domínios, abrangendo as áreas tradicionais de manufatura e telecomunicações até operações de serviços e gestão na saúde. Este texto apresenta uma visão geral da evolução da investigação em filas de espera em telecomunicações, dando relevo especial a alguns trabalhos dos autores realizados desde finais da década de 1980. Iremos descrever os fatores que motivaram a evolução da Teoria das Filas desde os seus primórdios até aos dias de hoje, abordando algumas das principais linhas de investigação em cada época e o tipo de problemas resolvidos.

Começaremos pelo desenvolvimento da teoria de filas de espera desde os seus primórdios, no início do Séc. XX, até aos anos 1980, com foco na evolução da teoria motivada pela necessidade de avaliar o desempenho das redes de telecomunicações. Em seguida, apresentaremos uma abordagem genérica da evolução da mesma teoria, resultante da perspetiva de futura introdução e posterior massificação de redes de telecomunicações de fibra óptica, iniciada em finais dos anos 1980 e desenvolvida em grande medida na última década do Séc. XX e inícios do Séc. XXI.

Prosseguiremos com a discussão da evolução dos métodos de inferência em filas de espera, especialmente no contexto de problemas inversos – inferência de parâmetros do sistema com base em dados observados. Finalmente, apresentaremos resumidamente os desenvolvimentos mais recentes na área de filas de espera, incluindo filas orientadas por dados e a aplicação de redes neuronais artificiais no estudo de sistemas de filas, com utilização na aproximação de políticas de controlo, previsão de congestionamento, ou ainda na estimação de parâmetros em sistemas complexos.

### 2. Dos primórdios da teoria de filas de espera até aos anos 1980

As primeiras grandes redes de telecomunicação começaram a ser desenvolvidas no início do Séc. XX, período em que as redes telefónicas foram implantadas em larga escala na maioria dos países industrializados. Até a década de 1960, a rede telefónica era essencialmente a única rede “real” de telecomunicações no sentido em que a entendemos hoje. Os primeiros gestores de redes de telecomunicações enfrentavam já problemas relacionados com o desempenho dessas redes; e.g., qual é a probabilidade de que uma nova chamada seja bloqueada (i.e., rejeitada por não haver uma linha disponível para dar resposta ao *pedido de chamada*)? Esta questão levanta, em primeiro lugar, o

problema da descrição matemática dos processos de chegadas de (pedidos de) chamadas e de serviço das mesmas.

Vários dos trabalhos pioneiros na análise de desempenho das redes de telefones clássicas, em que cada chamada telefônica ocupa um de múltiplos canais da rede, foram realizados por Agner Krarup Erlang (1878-1929), engenheiro dinamarquês, que foi também matemático e estatístico, considerado “pai” da *engenharia de tráfego* e da *teoria de filas de espera*. Para um relato das contribuições seminais de A.K. Erlang para a teoria de filas de espera, veja-se [Brockmeyer et al, 1948].

A.K. Erlang desenvolveu os seus estudos de filas de espera maioritariamente nas duas primeiras décadas do Séc. XX, tendo apresentado em 1917 o seu trabalho mais famoso [Erlang, 1917], no qual introduziu a tão celebrada fórmula B, que pela sua relevância descrevemos a seguir. Suponha que as chamadas chegam ao sistema de acordo com um processo de Poisson de taxa  $\lambda$ ; que as durações das chamadas são independentes e identicamente distribuídas com média  $\mu$ ; e que o sistema suporta, no máximo,  $r$  chamadas simultaneamente. Pode concluir-se que a probabilidade de bloqueio (i.e., que uma chamada seja rejeitada) a longo-prazo é dada por:

$$\text{probabilidade de bloqueio} = \frac{\rho^r / r!}{\sum_{j=0}^r \rho^j / j!},$$

onde  $\rho = \lambda / \mu$  é chamada de *intensidade do tráfego*, uma medida adimensional que, contudo, passou - a partir de 1946 - a ser expressa em *Erlang* - por decisão da ITU-T (International Telecommunication Union - Telecommunication Standardization Sector). A beleza da fórmula anterior, conhecida por *fórmula de Erlang* (ou primeira fórmula de Erlang, ou ainda de fórmula de bloqueio (ou de perda) de Erlang) resulta tanto da sua simplicidade, como da sua insensibilidade à distribuição dos serviços, ou seja, de a dependência da probabilidade de bloqueio de uma chamada ser função da distribuição da duração de chamadas individuais apenas através da respetiva média.

Na notação de Kendall usada para filas de espera, a fórmula B de Erlang corresponde à probabilidade de bloqueio num sistema  $M/G/r/r$ , onde: o “M” inicial descreve chegadas segundo um processo de Poisson, que possui a propriedade markoviana ou de *falta de memória* característica da distribuição exponencial associada aos tempos entre chegadas sucessivas de chamadas; o “G” seguinte descreve distribuição geral para a duração do serviço de uma chamada; e os “r” últimos indicam que tanto o número de canais (ou linhas) para serviço de chamadas como o número total de canais para serviço e espera de chamadas são iguais a  $r$ , ou seja, apenas há  $r$  canais disponíveis para serviço imediato de chamadas, provocando que chamadas que encontrem à respetiva chegada todos os  $r$  canais ocupados sejam bloqueadas. Por esta razão o sistema  $M/G/r/r$  é chamado de *sistema de perda pura*.

Assumindo adicionalmente que as durações das chamadas possuem distribuição exponencial, podem ser obtidas fórmulas análogas à fórmula de bloqueio de Erlang para a probabilidade de uma chamada ter de aguardar por serviço, ou *sofrer atraso*, caso o sistema disponha de infinitos canais (adicionais) para chamadas aguardarem por serviço - caso encontrem todos os  $r$  canais disponíveis para serviço de chamadas ocupados quando da respetiva chegada ao sistema - sendo a respetiva fórmula conhecida por fórmula C, 2ª fórmula de Erlang, ou ainda fórmula de atraso de Erlang. A fórmula C, introduzida também em [Erlang, 1917], aplica-se a sistemas  $M/M/r/\infty$  (ou simplesmente  $M/M/r$ ), onde o segundo “M” indica que as durações dos serviços possuem distribuição exponencial e o  $\infty$  no final indica que há um número ilimitado (infinito) de canais para chamadas aguardarem por serviço.

Para sistemas com um número finito de canais para chamadas aguardarem por serviço [ou seja sistemas  $M/M/r/r + d$  com “d” sendo um número inteiro não-negativo ou  $\infty$  representando o número de canais existente para chamadas aguardarem por serviço caso encontrem todos os “r” canais para serviço ocupados à respetiva chegada ao sistema] a fórmula mais relevante é a correspondente à probabilidade (a longo-prazo) de uma chamada ser bloqueada ou sofrer atraso - a qual resulta ser uma generalização das fórmulas B e C de Erlang - e que, para simplificação, denotaremos aqui por fórmula D.

As fórmulas B, C e D, correspondentes a probabilidades de bloqueio (em sistemas de perda pura), de atraso (em sistemas de capacidade infinita), e de bloqueio ou atraso (em sistemas com capacidade finita; ou seja, com perdas e atrasos), respetivamente, são objeto de análise na dissertação de mestrado de A. Pacheco [Pacheco Pires, 1990], realizada sob a orientação de Maria Fernanda Ramalhoto, tendo a fórmula D sido o objeto principal de estudo em [Ramalhoto & Pacheco, 1994]. Em particular, na dissertação referida são estudadas as propriedades de monotonia, mas sobretudo as de 2º ordem (convexidade e concavidade), em função dos respetivos parâmetros, das fórmulas B, C e D, tendo os resultados mais importantes derivados nesse âmbito, a par de algumas extensões, sido divulgados em dois artigos publicados na revista QUESTA (*Queueing Systems – Theory & Applications*) [Pacheco, 1994a-b].

Em paralelo, a referida dissertação deriva fórmulas para a decomposição das distribuições dos números de chamadas na fila ou no sistema, bem como de tempos de espera de chamadas e tempos até terminação de serviço, como mistura de duas distribuições simples (e.g., constantes, geométricas e exponenciais) em que um dos pesos da mistura corresponde à fórmula D. Uma parte dos resultados obtidos neste âmbito na dissertação são apresentados, sem reconhecimento, no Teorema 2.1 de [Ramalhoto & Gómez-Corral, 1998].

Deve notar-se que não há uma forma natural para a distribuição da duração de chamadas individuais, pois tal distribuição varia de acordo com os hábitos dos utilizadores e fatores como o custo das chamadas. Por esse facto, durante as primeiras décadas do estudo de filas de espera foram investigadas filas de espera com várias distribuições para as durações dos serviços e dos tempos entre chegadas de sucessivas de chamadas ao sistema, isto admitindo que o processo de chegada de chamadas ao sistema constitui um processo de renascimento, com ênfase especial para a distribuição de Erlang, muito em particular por esta distribuição permitir uma análise dessas filas via cadeias de Markov [Kendall, 1953]. Para referência aos resultados obtidos em teoria de filas de espera na sua fase inicial, cobrindo essencialmente o caso de filas de espera individuais, veja-se [Gross & Harris, 1985]. Uma variante particular de relevo são filas de espera com chegadas e/ou serviços em grupo [Chaudhry & Templeton, 1983], também por nós consideradas nomeadamente em [Ferreira & Pacheco, 2008; Ferreira et al, 2017, 2021].

### **3. Dos anos 1980 até ao início do Século XXI**

Nos anos 1980 foi iniciada a investigação associada à transição das redes telefónicas clássicas, baseadas em linhas de cobre, em que cada chamada ocupa integralmente uma das linhas, para as chamadas redes ATM (Asynchronous Transfer Mode) tendo em vista a integração de redes de telecomunicações suportando múltiplos tipos de tráfego. Atualmente, uma rede de telecomunicações é, em termos gerais, um conjunto significativo de nós conectados entre si e que podem receber e emitir informação por meio de um meio de transmissão (eletrónico, rádio, óptico, etc.).

A representação digital da informação possibilitou a integração eficiente, via protocolo ATM [Joel, 1993], de diferentes tipos de tráfego na mesma rede, desde voz, a vídeo e tráfego de dados. A transmissão digital de informação é organizada em blocos, chamados de *pacotes*, que podem ser enviados de forma autonomizada pelos nós ou encaminhados por meio de um caminho virtual que conecta a origem ao destino.

A chegada imprevisível e aleatória do tráfego, assim como as suas características, são aspetos fundamentais das redes ATM, os quais foram, grosso modo, a motivação principal para a dissertação de doutoramento de A. Pacheco [Pacheco, 1994c], realizada sob a orientação de Narahari Umanath Prabhu (1924-2022), mais conhecido simplesmente por Uma Prabhu, o qual foi uma das figuras mais importantes da teoria de filas de espera e o fundador e primeiro Editor-chefe da revista QUESTA atrás mencionada.

Essa dissertação é constituída por três capítulos principais. O primeiro desses capítulos aborda os chamados Processos Markovianos Aditivos de Chegadas (em inglês, Additive-Markov Processes of Arrivals), descritos sumariamente - a par de algumas das suas propriedades - num *Boletim da SPE*

[Pacheco, 1995] e, mais pormenorizadamente, em [Pacheco & Prabhu, 1995a]. Estes processos são processos duplamente estocásticos em que uma das componentes, geralmente não observável, modela um *ambiente* estocástico que modula o processo de chegadas propriamente dito, englobando muitos processos de chegadas introduzidos na literatura, dos quais os mais populares são o MMPP (Markov-modulated Poisson process; veja-se [Fischer & Meier-Hellstern, 1993]) e o BMAP (Batch Markovian Arrival Process, introduzido por M.F. Neuts [Neuts, 1992] – embora sob uma designação diferente).

Os outros dois capítulos principais investigam modelos de filas de espera com processo de *input* modulados por uma cadeia de Markov em tempo contínuo, respetivamente com trajetórias contínuas no primeiro deles, apresentado em [Pacheco & Prabhu, 1996], e com trajetórias com saltos e contínuas em intervalos de amplitude aleatória no segundo [Pacheco & Prabhu, 1995b]. As filas estudadas nestes capítulos podem ser interpretadas como descrevendo modelos de reservatório (storage systems) com taxa de serviço variável e estocástica, função do estado da cadeia de Markov que modula (também) o processo de *input*; por outro lado, um processo de input com trajetórias com saltos e contínuas em intervalos de amplitude aleatória pode servir para modelar chegadas de serviços de grande amplitude (e.g., ficheiros de grande dimensão) a par de serviços de pequena duração (e.g., pacotes de dados isolados ou pequenos grupos de pacotes de dados).

Na década de 1990 foi observado experimentalmente que os processos markovianos aditivos são ajustados para modelar tráfego de Internet mesmo em situações em que o mesmo exiba características de auto-similaridade [Leland et al, 1994]. Nessa perspectiva, desenvolvemos algoritmos para ajustamento de tráfego com características multi-escalares via MMPP [Nogueira et al, 2003, 2011; Salvador et al, 2003] e de tráfego de Internet via BMAP [Salvador et al, 2004]. Por outro lado, analisamos filas de espera com um BMAP como processo de input e/ou serviço de tipo markoviano-modulado [Samanta et al, 2016; Chaudhry et al, 2017].

As redes de telecomunicações abrangem uma ampla gama de aplicações e desenvolvimento de processos estocásticos [Robert, 2003]. Não existe uma teoria específica de processos estocásticos para a análise destas redes; no entanto, a teoria de filas de espera é utilizada para a avaliação de desempenho de redes de telecomunicações. Por outro lado, a experiência mostra que, para que as filas de espera que descrevem o estado de uma rede sejam analisadas e úteis na prática, devem, de alguma forma, considerar-se suposições markovianas, como realçado atrás para o caso de nós (ou filas de espera) individuais. Por exemplo, o período de ocupação e o tempo de permanência numa fila de espera com chegadas de Poisson e taxa de serviço variável, motivado pela coexistência de vários tipos de tráfego num nó da rede, foram estudados por essa via em [Antunes et al, 2005; Antunes et al, 2006a]. Condições de estabilidade de sistemas de *polling* com múltiplos servidores, que surgem para modelar o acesso dos utilizadores às redes óticas passivas de próxima geração foram derivadas em [Antunes et al, 2010a-b, 2011].

Uma abordagem natural para modelar redes celulares sem fios é utilizar uma rede de filas de espera sem tempos de espera para que os clientes sejam atendidos. Uma célula (área geográfica) é representada por um nó, e o número limitado de chamadas numa célula traduz-se na restrição da capacidade no número de clientes num nó. As novas chamadas numa célula são consideradas como chegadas de clientes a um nó, e as chamadas que transitam entre células (*handoff*) devido à mobilidade são modeladas como clientes transferidos entre os nós. O tempo de serviço num nó, seja de uma nova chamada ou de um *handoff*, é o mínimo entre o tempo de conclusão da chamada e o tempo de permanência na célula. Estes modelos são essenciais tanto para o planeamento de redes (por exemplo, probabilidade de bloqueio de novas chamadas e chamadas em *handoff*) como para o seu controlo (como alocação de recursos e controlo de admissão). Para alguns dos trabalhos neste âmbito, ver [Antunes et al, 2002, 2006b, 2008] e as referências neles contidos.

#### 4. Estimação em filas de espera

A inferência estatística dos parâmetros de uma fila de espera a partir de dados é um aspeto essencial da sua modelação e análise, sendo que o método de recolha de dados define o tipo de observações disponíveis. A estimação dos parâmetros pode seguir procedimentos estatísticos clássicos, desde que

seja possível obter todas as informações relevantes do sistema (por exemplo, tempos de chegada e tempos de serviço dos clientes) [Bhat, 2008]. Tal explica a literatura inicialmente limitada sobre inferência estatística em filas de espera quando comparada com estudos baseados em análise de desempenho; para uma revisão detalhada sobre estimação em filas de espera, veja-se [Asanjarani, 2021].

Com o advento do século XXI, a explosão de dados na operação de grandes redes de computadores e na gestão de sistemas de serviços humanos gerou novas oportunidades de desenvolvimento da área de inferência em filas de espera. Tendo por motivação a necessidade de ferramentas para monitorização da Internet e avaliação de desempenho de redes, surgiu um grande interesse em estimar os parâmetros de modelos de filas de espera com base nas estatísticas do tráfego observado [Baccelli et al, 2009]. Nesse contexto, pacotes de teste (ou sondas; do inglês, *probe*) são enviados para a rede, sendo observados (i.e., medidos) os seus atrasos ao longo do percurso, dando origem ao conceito de medições ativas do tráfego da Internet.

Grande parte da literatura sobre redes de computadores baseia-se em métodos heurísticos ou assume pacotes de teste não intrusivos. No entanto, os pacotes de teste possuem um tamanho mínimo e, portanto, praticamente quase não interferem no sistema. A análise de uma fila de espera com tráfego adicional de pacotes de teste é um problema difícil [Antunes et al, 2022, Baccelli et al, 2009]. Apenas um número reduzido de estudos apresentou resultados rigorosos para sistemas de filas clássicos, como  $M/M/1$ ,  $M/G/1$  e  $G/M/1$ . A abordagem geral consiste em enviar um fluxo de pacotes de teste de acordo com um dado processo pontual e com uma distribuição fixa para os tamanhos dos pacotes de teste. A partir da observação dos tempos de chegada e saída desses pacotes de teste, pode-se inferir a taxa de chegada e a distribuição de tamanho do tráfego regular de pacotes (ver Figura 1).



Figura 1: Teste (*probing*) numa fila com um único servidor: as chegadas regulares ocorrem segundo um processo de Poisson de taxa  $\lambda$ , enquanto o fluxo de sondas é injetado com uma taxa  $\tau$ . A duração do serviço, tanto para as sondas quanto para os pacotes regulares, tem um tempo médio de  $\mu$ .

Um dos primeiros trabalhos nesta área [Sharma & Mazumdar, 1998] estimou a intensidade de tráfego numa fila  $M/G/1$  utilizando um método baseado na medição do atraso observado pelas sondas ativas. Para essa mesma fila, [Baccelli et al, 2009] descreve a aplicação dos métodos do uso de sondas em redes de filas de espera. Outras medidas, como a capacidade residual de processamento de uma fila  $M/G/1$ , foram estimadas em [Nam et al, 2009] por meio de um método específico de *probing* (ver também [Novak et al, 2006]). Motivados pela estimativa das características do tráfego num nó da rede (ou *router*), estimamos [Antunes et al, 2014] a taxa de chegada e os momentos do tempo de serviço numa fila  $M/G/1$  com sondas, assumindo que os tempos entre chegadas de sondas são independentes e identicamente distribuídos e os tempos de serviço seguem uma distribuição geral. Em [Antunes et al, 2016] adotamos uma estratégia de *probing* para estimar a intensidade de tráfego variável numa fila  $M_i/G_i/1$ , fila essa em que a taxa de chegadas e a distribuição dos tempos de serviço variam de um intervalo de tempo para outro.

Poucas extensões analíticas consideram sistemas com múltiplas filas, sendo uma das exceções [Sharma & Mazumdar, 1998] ao considerar um sistema com duas filas  $M/G/1$  em série. Por seu turno, [Baccelli et al, 2009] considera uma rede de Kelly (um tipo de redes com clientes de múltiplas classes possuindo distribuição estacionária de forma produto), estimando a capacidade residual em cada fila por meio de pacotes de teste, observando o atraso desses pacotes. No entanto, os pacotes regulares mantêm o seu tamanho constante ao longo da rede, o que faz com que os tempos de serviço em diferentes filas sejam correlacionados, adicionando complexidade ao problema.

## 5. Outras Direções de Investigação

A investigação em teoria da fila de espera tem avançado significativamente, com destaque particular para o desenvolvimento de filas orientadas por dados e o uso de redes neurais artificiais.

Os sistemas de filas orientados por dados utilizam informações empíricas para modelar, monitorizar e otimizar filas, melhorando a tomada de decisões em diversos contextos operacionais. Essa abordagem tornou-se viável devido à crescente disponibilidade de dados provenientes de grandes redes de computadores e sistemas de serviços humanos, abrindo novas oportunidades para o estudo e a otimização de processos de filas de espera [Inoue, 2023; Zhou, 2021].

As redes neuronais artificiais têm ganho espaço como ferramenta poderosa no estudo de sistemas de filas, permitindo a formulação de políticas de controle de rede, a previsão de congestionamentos e a estimativa de parâmetros em sistemas complexos. Modelos baseados em redes neuronais recorrentes e aprendizagem automática por reforço são amplamente utilizados para otimizar a alocação de recursos e minimizar tempos de espera em ambientes dinâmicos, como redes de telecomunicações e serviços de atendimento aos clientes [Kroese & Gibson, 2022; Sherzer et al, 2025].

## Bibliografia

- [Antunes et al, 2002] N. Antunes, A. Pacheco & R. Rocha. A Markov renewal based model for wireless networks, *Queueing Syst. Theory Appl.* 40(3): 247-281, 2002.
- [Antunes et al, 2005] N. Antunes, C. Fricker, F. Guillemin & P. Robert. Integration of streaming services and TCP data transmission in the Internet, *Perform. Eval.* 62(1-4): 263-277, 2005.
- [Antunes et al, 2006a] N. Antunes, C. Fricker, F. Guillemin & P. Robert. Perturbation analysis of a variable M/M/1 queue: A probabilistic approach, *Adv. in Appl. Probab.* 38(1): 263-283, 2006.
- [Antunes et al, 2006b] N. Antunes, C. Fricker, P. Robert & D. Tibi. Metastability of CDMA cellular systems. In *Mobicom'2006*, Los Angeles, USA, Sept. 2006.
- [Antunes et al, 2008] N. Antunes, C. Fricker, P. Robert & D. Tibi. Stochastic networks with multiple stable points, *Ann. Probab.* 36(1): 255-278, 2008.
- [Antunes et al, 2010a] N. Antunes, C. Fricker, P. Robert & J. Roberts. GATE-driven dynamic bandwidth allocation for WDM EPON. In *IEEE GLOBECOM 2010*, Miami, USA, Dec. 2010.
- [Antunes et al, 2010b] N. Antunes, C. Fricker, P. Robert & J. Roberts. Traffic capacity of large WDM passive optical networks. In *22th International Teletraffic Congress (ITC'22)*, Amsterdam, Netherlands, Sept. 2010.
- [Antunes et al, 2011] N. Antunes, C. Fricker & J. Roberts. Stability of multi-server polling system with server limits, *Queueing Syst. Theory Appl.* 68(3-4): 229-235, 2011.
- [Antunes et al, 2014] N. Antunes, G. Jacinto & A. Pacheco. Probing a M/G/1 queue with general input and service times, *SIGMETRICS Perform. Eval. Rev.* 41(3): 34-36, 2014.
- [Antunes et al, 2016] N. Antunes, G. Jacinto, A. Pacheco & C. Wichelhaus. Estimation of the traffic intensity in a piecewise stationary Mt/Gt/1 queue with probing, *SIGMETRICS Perform. Eval. Rev.* 44(2): 3-5, 2016.
- [Antunes et al, 2022] N. Antunes, G. Jacinto, A. Pacheco. Statistical inference in queueing networks with probing information. *Queueing Systems*, 100, 493-495, 2022.



- [Asanjarani, 2021] A. Asanjarani, Y. Nazarathy & P. Taylor. A survey of parameter and state estimation in queues, *Queueing Syst.* 97(1): 39-80, 2021.
- [Baccelli et al, 2009] F. Baccelli, B. Kauffmann & D. Veitch. Inverse problems in queueing theory and internet probing, *Queueing Syst.* 63: 59-107, 2009.
- [Bhat, 2008] U.N. Bhat. Statistical Inference for Queueing Models. In: *An Introduction to Queueing Theory. Statistics for Industry and Technology*, Birkhäuser, Boston, 2008.
- [Brockmeyer et al., 1948] E. Brockmeyer, H. L. Halstrøm & A. Jensen. *The life and works of A. K. Erlang*. Copenhagen: The Copenhagen Telephone Company, 1948. 277 pp. (*Trans. Danish Acad. Techn. Sci.* (1948), no. 2).
- [Chaudhry & Templeton, 1983] M.L. Chaudhry & J.G.C. Templeton. *A First Course on Bulk Queues*, Wiley, New York, 1983.
- [Chaudhry et al, 2017] M.L. Chaudhry, A.D. Banik & A. Pacheco. A simple analysis of the batch arrival queue with infinite-buffer and Markovian service process using roots method:  $GI[X]/C-MSP/1/\infty$ , *Annals of Operations Research* 252(1): 135-173, 2017.
- [Erlang, 1917] A.K. Erlang. Solution of Some Problems in the Theory of Probabilities of Significance in Automatic Telephone Exchanges. *Post Office Electrical Engineer's Journal* 10: 189-197, 1917.
- [Ferreira & Pacheco, 2008] F. Ferreira & A. Pacheco. Analysis of  $GI^X/M(n)/N$  systems with stochastic customer acceptance policy, *Queueing Systems* 58(1): 29-55, 2008.
- [Ferreira et al, 2017] F. Ferreira, A. Pacheco & H. Ribeiro. Moments of losses during busy-periods of regular and nonpreemptive oscillating  $M^X/G/1/n$  systems, *Annals of Operations Research* 252(1): 191-211, 2017.
- [Ferreira et al, 2021] F. Ferreira, A. Pacheco & H. Ribeiro. Distribution of the number of losses in busy-periods of oscillating  $M^X/G/1/(n,a,b)$  systems, *Computers and Operations Research* 129: 105180, 2021.
- [Fischer & Meier-Hellstern, 1993] W. Fischer & K. Meier-Hellstern. The Markov-modulated Poisson process (MMPP) cookbook, *Performance Evaluation*, 18(2): 149-171, 1993.
- [Gross & Harris, 1985] D. Gross & C.M. Harris. *Fundamentals of Queueing Theory*, 2<sup>nd</sup> Ed., Wiley, New York, 1985.
- [Inoue, 2023] Y. Inoue, L. Ravner & M. Mandjes. Estimating Customer Impatience in a Service System with Unobserved Balking, *Stochastic Systems* 13(2): 181-210, 2023.
- [Joel, 1993] A.E. Joel, Jr. *Asynchronous Transfer Mode*, IEEE Press, 1993.
- [Kendall, 1953] D.G. Kendall. Stochastic Processes Occurring in the Theory of Queues and their Analysis by the Method of the Imbedded Markov Chain, *Ann. Math. Statist.* 24(3): 338-354, 1953.
- [Kroese & Gibson, 2022] D.P. Kroese & L.J. Gibson. Simulating rare events in queues via neural networks, *Queueing Syst.* 100: 537-539, 2022.
- [Leland et al, 1994] W.E. Leland, M.S. Taqqu, W. Willinger & D.V. Wilson. On the Self-Similar Nature of Ethernet Traffic, *IEEE/ACM Trans. on Networking* 2(1), Feb. 1994.

- [Nam et al, 2009] S.Y. Nam, S. Ki & D.K. Sung. Estimation of available bandwidth for an M/G/1 queueing system, *Appl. Math. Model.* 33(8): 3299-3308, 2009.
- [Neuts, 1992] M.F. Neuts. Models based on the Markovian arrival process, *IEICE Trans. Commun.* E/75-B: 1255-1265, 1992.
- [Nogueira et al, 2003] A. Nogueira, P. Salvador, R. Valadas & A. Pacheco. Modeling Network Traffic with Multifractal Behavior, *Telecommunication Systems* 24(2-4): 339–362, 2003.
- [Nogueira et al, 2011] A. Nogueira, P. Salvador, R. Valadas & A. Pacheco. Markovian modelling of internet traffic, *Lecture Notes in Computer Science* 5233: 98-124, 2011.
- [Novak et al, 2006] A. Novak, P.G. Taylor & D. Veitch. The distribution of the number of arrivals in a subinterval of a busy period in a single server queue, *Queueing Syst.* 53(3): 105-114, 2006.
- [Pacheco, 1994a] A. Pacheco. Second-order properties of the loss probability in M/M/s/s+c systems. *Queueing Systems. Theory and Applications*, 15(1-4): 289–308, 1994.
- [Pacheco, 1994b] A. Pacheco. Some properties of the delay probability in M/M/s/s + c systems. *Queueing Systems. Theory and Applications* 15(1-4): 309–324, 1994.
- [Pacheco, 1994c] A. Pacheco. *Markov-additive processes arising in storage models for communications systems*. PhD thesis, Cornell University, Ithaca, New York, 1994.
- [Pacheco, 1995] A. Pacheco. Processos Markovianos Aditivos de Chegadas, *Boletim da SPE*, 1995.
- [Pacheco Pires, 1990] A.M. Pacheco Pires. *Sistemas M/M/r/n: Comparação de sistemas com iguais taxas de chegadas e de serviço*. Dissertação de Mestrado, IST-UTL, Lisboa, 1990.
- [Pacheco & Prabhu, 1995a] A. Pacheco & N.U. Prabhu. Markov additive processes of arrivals, Em: *Frontiers in Queueing: Models, Methods and Problems*, J. Dshalalow e D. König (eds.), CRC Press, Boca Raton, Florida, 1995.
- [Pacheco & Prabhu, 1995b] A. Pacheco & N.U. Prabhu. A storage model for data communication systems, *Queueing Systems* 19(1-2): 1-40, 1995.
- [Pacheco & Prabhu, 1996] A. Pacheco & N.U. Prabhu. A Markovian storage model, *Annals of Applied Probability* 6(1): 76–91, 1996.
- [Ramalhoto & Gómez-Corral, 1998] M.F. Ramalhoto & A. Gómez-Corral. Some decomposition formulae for M/M/r/r+d queues with constant retrial rate. *Communications in Statistics. Stochastic Models* 14(1-2): 123–145, 1998.
- [Ramalhoto & Pacheco, 1994] M.F. Ramalhoto & A. Pacheco (1994). Generalizations of Erlang Formulae and Some of Their 2nd Order Properties. In: Bachem, A., Derigs, U., Jünger, M., Schrader, R. (eds) *Operations Research '93*. Physica, Heidelberg.
- [Robert, 2003] P. Robert. *Stochastic Networks and Queues*, Springer, Berlin, 2003.
- [Salvador et al, 2003] P. Salvador, R. Valadas & A. Pacheco. Multiscale Fitting Procedure Using Markov Modulated Poisson Processes, *Telecommunication Systems* 23(1-2): 123-148, 2003.
- [Salvador et al, 2004] P. Salvador, A. Pacheco & R. Valadas. Modeling IP traffic: Joint characterization of packet arrivals and packet sizes using BMAPs, *Computer Networks* 44(3): 335-352, 2004.

- [Samanta et al, 2016] S.K. Samanta, M.L. Chaudhry & A. Pacheco. Analysis of BMAP/MSP/1 Queue, *Methodology and Computing in Applied Probability* 18(2): 419–440, 2016.
- [Sharma & Mazumdar, 1998] V. Sharma & R. Mazumdar. Estimating traffic parameters in queueing systems with local information, *Perform. Eval.* 3(32): 217-230, 1998.
- [Sherzer et al, 2025] E. Sherzer, O. Baron, D. Krass & Y. Resheff. Approximating G(t)/GI/1 queues with deep learning, *European Journal of Operational Research* 322(3): 889-907, 2025.
- [Zhou, 2021] Z. Zhou, P. Mertikopoulos, N. Bambos, P. Glynn & Y. Ye. Distributed Stochastic Optimization with Large Delays, *Mathematics of Operations Research* 47(3): 2082-2111, 2021.



# Modelação e avaliação da performance de soluções de tráfego rodoviário com base na teoria das filas de espera

Paula Milheiro Oliveira, [poliv@fe.up.pt](mailto:poliv@fe.up.pt)  
Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto  
Centro de Matemática da Universidade do Porto (CMUP), Universidade do Porto

António Pacheco, [antonio.pacheco.pires@tecnico.ulisboa.pt](mailto:antonio.pacheco.pires@tecnico.ulisboa.pt)  
Instituto Superior Técnico – Universidade de Lisboa

## 1. Introdução

O tráfego de veículos tem sido objeto de interesse da comunidade académica, assim como dos engenheiros de tráfego, pelas dificuldades que pode causar no ambiente construído, arrastando problemas que vão desde perdas de tempo e de qualidade de vida a perdas económicas pelas quantidades de combustível desperdiçado em situações de congestionamento e paragens forçadas seguidas de acelerações, com impacto igualmente na emissão de gases com efeito de estufa.

Uma parte considerável dos problemas do tráfego de veículos é originada pelo facto de diferentes correntes de tráfego, com diferentes origens, competirem pelo espaço a ocupar numa via que servirá de meio para atingirem o seu destino. A competição pode estar a acontecer num semáforo, numa interseção não semaforizada, numa rotunda ou mesmo numa portagem de auto-estrada. Apesar das iniciativas tomadas nos últimos tempos, visando flexibilizar horários de trabalho e organizar desfasamentos nos horários normais de diferentes atividades, as dificuldades de circulação e o congestionamento das vias, nomeadamente nas cidades, não têm vindo a ser resolvidos com o sucesso desejado. Resta-nos pois tentar conseguir uma boa formulação do problema, a sua análise e a obtenção de respostas que possam ser implementadas no terreno, visando o planeamento e a regulação das redes de tráfego.

Num artigo anterior publicado neste Boletim (Simões e Milheiro-Oliveira, 2017) descreveu-se detalhadamente a modelação do atraso de veículos em cruzamentos semaforizados, com base na teoria das filas de espera. Naturalmente os modelos do tráfego dependerão das características da situação que gera a competição entre veículos, pela passagem e pela ocupação do espaço na via, havendo necessariamente modelos adequados para cada um dos tipos de cenários: existência de semáforos (com controlo atuado total, parcial ou de tempos fixos), interseção não semaforizada, rotunda, portagem ou outra. Os cálculos do comprimento médio das filas de espera e dos tempos médios de espera nos nós ou pontos nevrálgicos de uma rede de tráfego são exemplos de medidas essenciais para avaliar a qualidade da circulação rodoviária, naquilo que muitas vezes se designa por Nível de Serviço (LOS; do inglês *Level Of Service*). Cálculos deste tipo são efetuados com base em diferentes teorias de tráfego, correspondendo-lhes diferentes modelos. Um dos utensílios de construção desses modelos e derivação dos cálculos subjacentes é a teoria das filas de espera.

Da mesma forma que num qualquer modelo de filas de espera, no tráfego, consideramos:

- Veículos (os quais atuam como “clientes” na terminologia de filas de espera) que requerem serviço - a passagem num ponto da rede rodoviária - e que são gerados, ao longo do tempo, por uma fonte, a qual origina um dado processo pontual de chegadas. Nos casos em que o nó rodoviário que estamos a considerar está afastado dos restantes nós da mesma rede, digamos “isolado”, é razoável considerar essa geração como aleatória e seguindo um processo de Poisson, isto é dizer que os tempos entre chegadas sucessivas de veículos são independentes e identicamente distribuídos com distribuição exponencial. O mesmo não será verdade quando consideramos uma rede em que o espaço entre nós é pequeno e

precisamos de ter em conta o que se passa no nó ou nós anteriores ao nó em estudo, que condicionam, portanto, a forma como os veículos são gerados na fonte;

- Os veículos entram no sistema e colocam-se em fila caso encontrem veículo(s) em frente aos mesmos, bem como se encontrarem o semáforo fechado (sinal vermelho), se existente;
- Em determinados instantes, o veículo no topo da fila é selecionado para ser atendido (a disciplina da fila é FIFO; do inglês, *First In First Out*); e
- O serviço requerido é então efetuado, ao veículo no topo da fila, pelo mecanismo de serviço (semáforo, rotunda, portagem), após o que o veículo deixa o sistema da fila de espera.

## 2. Medidas de desempenho

Na avaliação do desempenho de um sistema de tráfego, consideram-se usualmente as seguintes medidas de desempenho:

- Atraso médio de um veículo.
- Comprimento médio da fila.
- Tempo médio despendido no estado “parado.”
- Número médio de paragens por unidade de comprimento de um troço.

As duas primeiras medidas têm um uso mais tradicional. As duas últimas medidas têm vindo a ganhar importância na última década, devido à ligação que delas pode ser estabelecida com impactos negativos no ambiente, nomeadamente na contribuição para a poluição atmosférica e no uso racional da energia e dos combustíveis.

Ao uso destas medidas acresce a oportunidade, digamos mesmo a necessidade, de descrever a variabilidade das variáveis que descrevem o tráfego, sejam elas o atraso, o comprimento da fila, o tempo despendido no estado “parado” ou o número de paragens em cada troço. Naturalmente que a variância deverá ser usada para esses fins. Em algumas situações, o coeficiente de variação é também estudado.

O atraso é entendido como sendo a diferença entre o tempo que o veículo demora efetivamente a abandonar o sistema e o tempo que este demoraria a abandonar o sistema caso mantivesse constante a sua velocidade na respetiva *velocidade de cruzeiro*, ou seja, sem ter de competir com outros veículos presentes no sistema ou com sinalização, semaforização ou qualquer outro tipo de obstáculo ou regra que resulte numa alteração da sua velocidade.

## 3. Modelos de tráfego

Existem vários tipos de modelos de tráfego, começando pelos modelos microscópicos até aos macroscópicos. Nos modelos microscópicos, o mais usado é sem dúvida o modelo *car-following*, em que o movimento de cada veículo é simulado tendo em conta as suas características (dimensões, potência, velocidade, tipo de reação do condutor) e o comportamento do veículo à sua frente (Panwai e Dia, 2005; Saifuzzaman e Zheng, 2014; Sun et al, 2016). Os modelos de *car-following* têm vindo a tornar-se cada vez mais sofisticados, de forma a representarem de forma fidedigna a realidade que se observa no dia a dia do tráfego. São, no entanto, modelos que consomem muito tempo de computação e exigem elevados conhecimentos sobre os cenários em concreto que se pretende simular, requerendo a calibração de um conjunto de parâmetros descritores bastante exigente.

No extremo oposto estão o modelo proposto por Webster (Webster, 1958) e o denominado Modelo Generalizado do Atraso (GDM; do inglês, *Generalized Delay Model*) que consta do *Highway Capacity Manual* (TRB, 2022). Ambos são modelos empíricos usados, em engenharia de tráfego, como meios simples de avaliação do desempenho de interseções reguladas com ciclos fixos.

Foram também propostos, na literatura, os modelos designados *Kinematic Wave Models* (KWM) para representar o fluxo de tráfego num segmento de via (Lighthill and Witham, 1955; Richards, 1956). Igualmente baseados em modelos usados na hidrodinâmica, os modelos que ficaram conhecidos com a denominação de *cell-transmission models* (CTM) começaram por representar troços de auto-estrada, permitindo descrever com realismo fenómenos transientes de aparecimento, propagação e dissipação de filas de tráfego (Daganzo, 1994). No entanto, tanto os KWM como os CTM foram apresentados como modelos determinísticos, permitindo apenas capturar comportamentos médios. Versões estocásticas dos CTM viriam a ser introduzidas posteriormente por Boel e Mihaylova (2006) e Sumalee et al. (2011).

A investigação de modelos baseados na teoria das filas de espera começou pelas filas M/M/n, M/D/n M/G/n e G/M/n, muitas vezes com um único servidor (Larson e Odoni, 1981). No entanto, estas filas não se adequam a todo o tipo de situações de tráfego. Por exemplo, no caso de interseções semaforizadas, temos apenas um servidor ( $n = 1$ ) mas a desativação do servidor (semáforo) durante determinados períodos de tempo, sejam eles com duração pré-determinada ou não, isto é, seja qual for o tipo de controlo implementado no semáforo, inviabiliza a utilização dos modelos citados para descrever o funcionamento do sistema de espera.

Cada interseção numa rede de tráfego pode ser vista como um sistema de *polling* (Takagi, 2000), em que um único servidor é chamado a servir duas ou mais filas, cumprindo regras de serviço bem estabelecidas. O caso das portagens é um pouco diferente, uma vez que temos geralmente múltiplos servidores e, em princípio, não existem períodos de desativação do servidor.

O desafio dos modelos mais recentes é o de incluir a formação de pelotões e a forma como os veículos conectados se movem entre os nós da rede. Eles deverão responder à necessidade de uma abordagem probabilística das dependências espaço-temporais entre ligações viárias.

#### **4. Filas de espera enquanto modelos de tráfego**

Uma interseção semaforizada pode, teoricamente, ser vista como um sistema de filas de espera com pausas do servidor (Doshi, 1986). Nesse sistema, o servidor assume alternadamente um de dois estados, ativo (semáforo verde) ou em pausa (ou desativado, semáforo vermelho), face à fila de espera. Desta forma, cada uma das filas do sistema vê o servidor como indisponível durante determinados períodos de tempo e ativo nos restantes períodos de tempo. Os períodos de sinal verde ou vermelho podem ser de duração fixa (semáforos de ciclo fixo) ou variável (semáforos de controlo atuado). Geralmente, assume-se que o servidor é capaz de dar passagem a até 30 clientes (veículos) por minuto, o correspondente ao atravessamento do semáforo ao ritmo médio de um veículo a cada dois segundos, em situação de fluidez de tráfego.

A evolução deste sistema de filas de espera pode ser caracterizada aproximadamente por uma cadeia de Markov embebida em épocas igualmente espaçadas ao longo do eixo do tempo. Face ao atrás exposto, é comum considerar-se um espaçamento temporal de 2 segundos para o tempo entre épocas sucessivas da referida cadeia de Markov. A cadeia de Markov embebida é um processo bivariado de tipo Markov-modulado em que: a segunda componente (ou coordenada) do processo modela a fase do ciclo de semaforização (este ciclo é constituído por um período contínuo de semáforo verde, seguido de um período contínuo de semáforo vermelho) no instante (época) em questão; por seu turno, a primeira componente denota o número de veículos no sistema (isto é, veículos no sistema que ainda não atravessaram o semáforo) no mesmo instante. A matriz de transição desta cadeia de Markov é do tipo M/G/1 matricial, um tipo de matriz introduzido, e amplamente estudado, por M.F. Neuts (Neuts, 1989). Para o fim em vista, é essencial ser possível, recorrendo aos chamados métodos analítico-matriciais (Latouche e Ramaswami, 1999), estudar a ergodicidade e estacionaridade da cadeia de Markov embebida, e bem assim calcular a sua distribuição estacionária.

Tendo por base a distribuição estacionária da cadeia de Markov embebida referida, é então possível deduzir as distribuições estacionárias (e bem assim também a longo-prazo) do comprimento da fila e do tempo de espera dos veículos, bem como outras medidas de desempenho, de modo exato (ou seja, considerando as chegadas de veículos ao sistema a ocorrerem em tempo contínuo). O método de cálculo que permite fazer a transição da distribuição estacionária da cadeia de Markov embebida para medidas

estacionárias do desempenho do sistema em tempo contínuo recorre à teoria dos processos semi-regenerativos (Pacheco et al, 2008), permitindo relacionar - em particular - o comprimento médio a longo-prazo da fila, bem como o tempo médio de espera virtual a longo-prazo, com a distribuição estacionária da cadeia de Markov embebida.

O caso dos cruzamentos com controlo de ciclo fixo foi tratado em (Hu et al, 1997). A extensão ao caso de controlo semi-atuado, com possibilidade de prolongamento do período de sinal verde para além da sua duração mínima, foi efetuada em (Pacheco et al., 2017; Macedo et al, 2017). Estamos a trabalhar atualmente no caso em que é possível ocorrer também o prolongamento do período de sinal vermelho caso não haja veículos à espera para atravessamento do semáforo no final do período mínimo de sinal vermelho, a par da consideração de medidas adicionais de desempenho, como sejam as variâncias (a longo-prazo) dos tempos de sinal verde e de sinal vermelho e, bem assim, a variância dos ciclos semaforicos.

Alfa e Neuts (1995) propuseram uma extensão da fila de espera com pausas do servidor para incluir efeitos da formação de pelotões no processo de chegada. De facto, chegadas de veículos em pelotão a interseções equipadas com semáforos são um fenómeno comum nas redes rodoviárias, nomeadamente em ambientes urbanos, em virtude da proximidade de segmentos de via entre cruzamentos. O modelo BMAP (do inglês, *Batch Markovian Arrival Process*; ver Pacheco e Prabhu, 1995) para processo de chegadas de veículos permite incorporar precisamente a formação de pelotões. De salientar a investigação mais recente documentada em Yang e Fu (2024), em que foi proposto um modelo BMAP/D/1 e foram estudados, explicitamente, o efeito do tamanho do pelotão e das correlações dos espaçamentos entre os veículos de um pelotão. Foram estudados nesse trabalho, não só os valores médios habitualmente usados para avaliar o comportamento das filas de espera, tais como o comprimento médio da fila e o atraso médio, mas também algumas medidas que caracterizam a dinâmica de fila, como os comprimentos máximo e mínimo da fila e a evolução temporal do comprimento da fila ao longo de um ciclo do sinal.

## 5. Comentários finais

Um dos aspetos que se reveste de particular importância, e cuja investigação não está fechada, é o do uso da teoria das filas de espera para caracterizar os fenómenos de *spillback* que ocorrem no tráfego, nomeadamente em situações de congestionamento.

No futuro, também o movimento dos veículos conectados ou mesmo autónomos deverá ser tido em conta nos modelos a investigar. Num horizonte relativamente próximo, pensa-se que poderá haver vias dedicadas exclusivamente a veículos conectados, que dispensarão qualquer tipo de semáforos físicos. O controlo do tráfego nessas vias passará a ser feito pelo conjunto dos sistemas de condução com que os veículos estarão equipados que, no fundo, conterão semáforos virtuais responsáveis por colocar em prática restrições à circulação e prioridades, garantindo a segurança dos condutores e a fluidez do tráfego. Esse novo paradigma fará surgir novos problemas no âmbito das filas de espera, com características diferentes daquelas até aqui consideradas. Não tarda, ouviremos falar de auto-estradas inteligentes, entre outras novidades.

## Referências

- Alfa, A.S. e M.F. Neuts (1995). Modelling vehicular traffic using the discrete time Markovian arrival process. *Transportation Science* 29:109-117.
- Boel, R. e L. Mihaylova (2006). A compositional stochastic model for real time freeway traffic simulation. *Transportation Research Part B* 40:319-334.
- Daganzo, C. (1994). The cell transmission model: a dynamic representation of highway traffic consistent with the hydrodynamic theory. *Transportation Research Part B* 28(4):269-287.
- Doshi, B.T. (1986). Queueing systems with vacations - a survey. *Queueing Systems* 1:29-66.

- Hu X.N., Tang, L.C. e H.L. Ong (1997). A M/D<sup>X</sup>/1 vacation queue model for a signalized intersection. *Computers and Industrial Engineering* 33(3-4):801-804.
- Larson, R.C. e A.R. Odoni (1981). Queueing Theory, Em: *Urban Operations Research*, Cap. 4, Prentice-Hall, NJ.
- Latouche G. e V. Ramaswami (1999). *Introduction to Matrix Analytic Methods in Stochastic Modeling*. ASA-SIAM.
- Lighthill, M. e J. Witham (1955). On kinematic waves II. A theory of traffic flow on long crowded roads. *Proceedings of the Royal Society A* 229:317-345.
- Macedo, F., Milheiro-Oliveira, P., Pacheco, A. e M.L. Simões (2017). Application of a particular class of Markov chains in the assessment of semi-actuated signalized intersections. *Lecture Notes in Computer Science* 10378:138-151.
- Neuts, M.F. (1989). *Structured stochastic matrices of M/G/1 type and their applications*. Marcel Dekker, New York.
- Pacheco, A. e N.U. Prabhu (1995). Markov additive processes of arrivals, Em: *Frontiers in Queueing: Models, Methods and Problems*, J. Dshalalow e D. König (eds.), CRC Press, Boca Raton, Florida.
- Pacheco A., Tang L.C. e N.U. Prabhu (2008). *Markov-modulated Processes & Semiregenerative Phenomena*. World Scientific, Singapore.
- Pacheco, A., Simões, M.L. e P. Milheiro-Oliveira (2017). Queues with server vacations as a model for pretimed signalized urban traffic. *Transportation Science* 51(3):841-851.
- Panwai, S. e H. Dia (2005). Comparative evaluation of microscopic car-following behavior. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems* 6(3):314-25.
- Richards, P. (1956). Shock waves on highways. *Operations Research* 4:42-51.
- Saifuzzaman, M. e Z. Zheng (2014). Incorporating human-factors in car-following models: A review of recent developments and research needs. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies* 48: 379-403.
- Simões, M.L. e Milheiro-Oliveira, P. (2017). Modelação do atraso dos veículos em cruzamentos semaforizados. *Boletim da SPE - Primavera*: 34-42.
- Sumalee, A., Zhong, R.X., Pan, T.L. e W.Y. Szeto (2011). Stochastic cell transmission model (SCTM): a stochastic dynamic traffic model for traffic state surveillance and assignment. *Transportation Research Part B* 45(3):507-533.
- Sun, B., Wu, N., Ge, Y.E., Kim, T. e H.M. Zhang (2016). A new car-following model considering acceleration of lead vehicle. *Transport* 31(1):1-10.
- Takagi, H. (2000). Analysis and Application of Polling Models. Em: Haring, G., Lindemann, C., Reiser, M. (eds) *Performance Evaluation: Origins and Directions*. Lecture Notes in Computer Science, vol. 1769. Springer, Berlin, Heidelberg.
- TRB - Transportation Research Board (2022). *Highway capacity manual: a guide for Multimodal Mobility Analysis*, 7<sup>th</sup> ed., The National Academies of Sciences - Engineering - Medicine, Washington DC.
- Webster, F.V. (1958). Traffic Signal Settings. *Road Research Laboratory* 39, HMSO, London.
- Yang, Q. e X. Fu (2024). An extended queueing model for vehicles at signalized intersections considering the platoon correlated arrivals. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* 635: 129483.





# Cartas ARL-unbiased do tipo Shewhart para o controlo da intensidade de tráfego das filas de espera com um servidor

Manuel Cabral Morais, *maj@math.ist.utl.pt*  
CEMAT e Departamento de Matemática,  
Instituto Superior Técnico, Universidade de Lisboa

Aníbal Pires, *anibal.camara.pires@tecnico.ulisboa.pt*  
Instituto Superior Técnico, Universidade de Lisboa

## 1. Introdução

Assumamos que as taxas de chegada e serviço de uma fila de espera, com um único servidor e sala de espera infinita, são iguais a  $\lambda$  e  $\mu$  e consideremos que  $N(t)$  e  $S_i$  denotam o número de chegadas a este sistema no intervalo  $[0, t]$  e o tempo de serviço prestado à  $i$ -ésima chegada. Então

$$\rho(t) = E \left[ \frac{1}{t} \sum_{i=1}^{N(t)} S_i \right]$$

representa uma medida de congestão média deste sistema (Prabhu, 1997, p. 6), no instante  $t$ , e a intensidade de tráfego (a longo prazo) do mesmo é igual a  $\rho = \lim_{t \rightarrow \infty} \rho(t) = \rho = \lambda/\mu$ .

O desempenho das filas de espera depende decisivamente da intensidade de tráfego, pelo que é essencial mantê-la a um nível nominal pré-definido, seja ele  $\rho_0$ , e para tal é crucial recorrer a técnicas de regulação de  $\rho$ , como referem Bhat e Rao (1972), de modo a detectar de forma expedita (e corrigir) quaisquer alterações em  $\rho$ . Para um apanhado detalhado de trabalhos sobre técnicas de regulação de  $\rho$ , sugerimos a consulta de Santos (2016, Secção 1.7). Morais e Pacheco (2016), Santos, Morais e Pacheco (2018) e Pires (2024, Secção 1.3) listam tais trabalhos.

Morais e Pacheco (2016) adiantam que uma dessas técnicas de regulação é a carta de controlo (de qualidade). Tanto quanto pudemos apurar, Bhat e Rao (1972) propõe aquela que é a primeira carta para monitorizar a intensidade de tráfego (de filas  $M/G/1$  e  $GI/M/1$ ). Morais e Knoth (2018) consideram-na pouco usual pois emite um sinal caso a sua estatística se encontra além dos limites de controlo da carta por mais de um número pré-definido de observações consecutivas; como se isso não bastasse, a utilização da carta pressupõe, irrealisticamente, que o sistema é observado em condições de equilíbrio ou de estado estacionário.

Descrevemos de seguida três cartas do tipo Shewhart para a intensidade de tráfego. Estas cartas dependem de três estatísticas de controlo:  $X_n$ , o número de clientes deixados no sistema  $M/G/1$  pelo  $n$ -ésimo cliente aquando da sua partida;  $\hat{X}_n$ , o número de clientes encontrados no sistema  $GI/M/1$  pelo  $n$ -ésimo cliente aquando da sua chegada;  $W_n$ , o tempo que o  $n$ -ésimo cliente aguarda pelo início do seu serviço no sistema  $GI/G/1$ . Estas cartas de controlo emitem sinal com:

- probabilidade um, caso o valor observado da respectiva estatística exceda o limite superior  $U$  da carta de controlo;
- probabilidade  $\gamma_L$  (resp.  $\gamma_U$ ), caso tal estatística coincida com o limite inferior  $L$  (resp. superior  $U$ ) da carta.

Esta aleatorização da emissão de sinal garante que o número esperado de amostras emitidas até que seja emitido um sinal pela carta, o ARL (*average run length*), atinja um valor máximo quando o verdadeiro valor de  $\rho$  coincide com o seu valor nominal  $\rho_0$ , i.e., a carta de controlo diz-se *ARL-unbiased* (Pignatiello *et al.*, 1995). Estas cartas detectam mais rapidamente (em média) quer aumentos, quer diminuições em  $\rho$  que a emitir um falso alarme, ao contrário das cartas unilaterais superiores descritas, por exemplo, por Chen e Zhou (2015), Morais e Pacheco (2016), Santos (2016) ou Santos, Morais e Pacheco (2018, 2019) e capazes de detectar exclusivamente aumentos em  $\rho$ .

Neste texto, ilustraremos também a utilização de uma *Shiny app*, que proporciona uma interface interactiva para a visualização do desempenho destas cartas. Concluiremos este texto mencionando algumas sugestões de trabalho futuro.

## 2. Três cartas ARL-unbiased do tipo Shewhart para $\rho$

As estatísticas de controlo na tabela abaixo foram utilizadas por Morais e Pacheco (2016) devido à sua simplicidade e ao seu carácter recursivo e markoviano que desempenham um papel decisivo na avaliação do ARL das cartas do tipo Shewhart nelas baseadas.

Sistema	Estatística de controlo
$M/G/1$	$X_n =$ número de clientes deixados pelo $n$ -ésimo cliente aquando da sua partida $X_{n+1} = \max\{0, X_n - 1\} + Y_{n+1}$
$GI/M/1$	$\hat{X}_n =$ número de clientes encontrados pelo $n$ -ésimo cliente aquando da sua chegada $\hat{X}_{n+1} = \max\{0, \hat{X}_n + 1 - \hat{Y}_{n+1}\}$
$GI/G/1$	$W_n =$ tempo que o $n$ -ésimo cliente aguarda pelo início do seu serviço $W_{n+1} = \max\{0, W_n + S_{n+1} - A_{n+1}\}$

Importa notar que a utilização de  $X_n$  e  $\hat{X}_n$  foi originalmente proposta por Bhat e Rao (1972), ao passo que  $W_n$  surge pela primeira vez como parte integrante de uma estatística do tipo CUSUM (*cumulative sum*) em Kim, Alexopoulos, Tsui e Wilson (2007).

Convém referir, também, que:

- $X_0 = 0$ ;  $Y_{n+1}$  denota o número de clientes que chegam ao sistema  $M/G/1$  durante o serviço do cliente  $n + 1$ ,  $Y_n \stackrel{i.i.d.}{\sim} Y$  e  $P_Y(i) = \alpha_i$  ( $i \in \mathbb{N}_0$ );
- $\hat{X}_0 = 0$ ;  $\hat{Y}_{n+1}$  representa o número de clientes servidos entre as chegadas dos clientes  $n$  e  $(n + 1)$ ,  $\hat{Y}_n \stackrel{i.i.d.}{\sim} \hat{Y}$  e  $P_{\hat{Y}}(i) = \hat{\alpha}_i$  ( $i \in \mathbb{N}_0$ );
- $W_0 = 0$ ;  $S_{n+1}$  e  $A_{n+1}$  denotam o tempo de serviço prestado ao cliente  $n$  e o tempo entre as chegadas  $n$  and  $(n + 1)$ ,  $S_n - A_n \stackrel{i.i.d.}{\sim} S - A$ .

Mais, Kendall (1951) nota que  $\{X_n : n \in \mathbb{N}\}$  e  $\{\hat{X}_n : n \in \mathbb{N}\}$  são cadeias de Markov em tempo discreto (CMTD) com matrizes de probabilidades de transição (MPT)

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \alpha_0 & \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & \cdots \\ \alpha_0 & \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & \cdots \\ 0 & \alpha_0 & \alpha_1 & \alpha_2 & \ddots \\ 0 & 0 & \alpha_0 & \alpha_1 & \ddots \\ 0 & 0 & 0 & \alpha_0 & \ddots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \hat{\mathbf{P}} = \begin{bmatrix} \hat{p}_{00} & \hat{\alpha}_0 & 0 & 0 & 0 & \cdots \\ \hat{p}_{10} & \hat{\alpha}_1 & \hat{\alpha}_0 & 0 & 0 & \cdots \\ \hat{p}_{20} & \hat{\alpha}_2 & \hat{\alpha}_1 & \hat{\alpha}_0 & 0 & \cdots \\ \hat{p}_{30} & \hat{\alpha}_3 & \hat{\alpha}_2 & \hat{\alpha}_1 & \hat{\alpha}_0 & \ddots \\ \vdots & \cdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots \end{bmatrix} \quad (1)$$

(respectivamente), onde

$$\alpha_i = \int_0^{+\infty} e^{-\lambda s} \frac{(\lambda s)^i}{i!} dF_S(s), \quad \hat{\alpha}_i = \int_0^{+\infty} e^{-\mu a} \frac{(\mu a)^i}{i!} dF_A(a), \quad i \in \mathbb{N}_0, \quad (2)$$

e  $\hat{p}_{i0} = 1 - \sum_{j=0}^i \hat{\alpha}_j$ ,  $i \in \mathbb{N}_0$  (Adan e Resing, 2015, pp. 63, 82). Santos (2016, p. 19) adianta expressões para  $\alpha_i$  (resp.  $\hat{\alpha}_i$ ) para diversos sistemas  $M/G/1$  (resp.  $GI/M/1$ ).

$\{W_n : n \in \mathbb{N}_0\}$  é também uma CMTD, de acordo com (Kendall, 1953). Contudo, ao contrário de  $X_n$  e  $\hat{X}_n$ ,  $W_n$  não é uma variável aleatória discreta mas sim mista, com massa de probabilidade na origem e um ramo positivo. De modo a facilitar a caracterização de tal CMTD, é costume discretizar o seu espaço de estados, tal como propõem Brook and Evans (1972). A discretização aqui adoptada é distinta da de Greenberg (1997) e passa por considerar o espaço de estados  $\mathbb{N}_0$  em que: o primeiro estado corresponde ao conjunto singular  $\{0\}$ ; o estado  $j$  ( $j \in \mathbb{N}$ ) está associado ao intervalo  $((j-1)\Delta, j\Delta]$ , representado pelo ponto  $(j-1/2)\Delta$ , onde  $\Delta$  é um pequeno número real positivo de modo a melhorar a aproximação. Consequentemente, a MPT aproximativa é dada por

$$\tilde{\mathbf{P}} = \begin{bmatrix} F(0) & F(\Delta) - F(0) & F(2\Delta) - F(\Delta) & \dots \\ F(-\frac{\Delta}{2}) & F(\frac{\Delta}{2}) - F(-\frac{\Delta}{2}) & F(\frac{3\Delta}{2}) - F(\frac{\Delta}{2}) & \dots \\ F(-\frac{3\Delta}{2}) & F(-\frac{\Delta}{2}) - F(-\frac{3\Delta}{2}) & F(\frac{\Delta}{2}) - F(-\frac{\Delta}{2}) & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix}, \quad (3)$$

onde  $F \equiv F_{S-A}$ . Em Santos (2016, p. 20) encontram-se expressões para  $F_{S-A}$  para vários sistemas  $GI/G/1$ .

Pareceu pertinente a Morais e Knoth (2018) propôr cartas que se prestassem à detecção expedita de aumentos e diminuições de  $\rho$ . No entanto, não faltaram desafios no planeamento de cartas *ARL-unbiased* que fizessem uso de  $X_n$ ,  $\hat{X}_n$  e  $W_n$ , muito em particular o carácter discreto ou misto destas três estatísticas e a elevada frequência com que ocorre o valor zero por comparação com os restantes valores possíveis de tais estatísticas.

Estes autores constataram, por exemplo, que, para planear uma carta com um ARL sob controlo (i.e., quando  $\rho = \rho_0$ ) razoavelmente elevado, seria necessário considerar o limite inferior de controlo nulo, ou seja, lidar com uma carta intrinsecamente unilateral superior que se presta só à detecção de aumentos em  $\rho$ . A solução, no caso da carta que faz uso da estatística discreta  $X_n$  (resp.  $\hat{X}_n$ ) para monitorizar a intensidade de tráfego de uma fila de espera  $M/G/1$  (resp.  $GI/M/1$ ), passa por emitir um sinal com:

- probabilidade um, caso o valor observado da estatística  $X_n$  (resp.  $\hat{X}_n$ ) exceda o limite superior  $U$  da carta  $X_n$  (resp. carta  $\hat{X}_n$ );
- probabilidade  $\gamma_L$  (resp.  $\gamma_U$ ), caso o valor observado desta estatística coincida com o limite inferior  $L \equiv 0$  (resp. superior  $U$ ) da carta.

A carta  $W_n$  para controlar a intensidade de tráfego de uma fila de espera  $GI/G/1$  deve emitir sinal com:

- probabilidade um, caso o valor observado da estatística  $W_n$  exceda o limite superior  $U$  da carta  $W_n$ ;
- probabilidade  $\gamma_L$ , caso o valor observado desta estatística coincida com o limite inferior  $L \equiv 0$  desta carta.

Escusado será dizer que a emissão de um sinal sugere a ocorrência de uma alteração (um aumento ou diminuição) em  $\rho$ . Os detalhes referentes ao cálculo do ARL e à obtenção numérica do limite superior de controlo e da(s) probabilidade(s) de aleatorização das cartas *ARL-unbiased* baseadas nas estatísticas  $X_n$ ,  $\hat{X}_n$  e  $W_n$  são discutidos em detalhe por Morais e Knoth (2018) ou Pires (2024, Secção 2.1). Quanto a resultados e a ilustrações e comparações concretas do desempenho destas cartas *ARL-unbiased* sugerimos a consulta destas duas referências.

Assim sendo, concentremo-nos já de seguida na breve apresentação de uma *Shiny app* para obtenção de tais parâmetros e dos perfis ARL destas cartas de controlo para a intensidade de tráfego de filas de espera dos tipos  $M/E_k/1$  e  $E_k/M/1$ , onde  $E_k$  denota a distribuição de Erlang com  $k$  ( $k \in \mathbb{N}$ ) fases. Importa notar que, ao utilizar a carta  $W_n$ , Pires (2024) distinguiu três cenários em que a intensidade de tráfego se altera devido a uma mudança:

- na taxa de serviço, quando a taxa de chegadas se mantém fixa — cenário i);
- na taxa de chegadas quando a taxa de serviço se mantém inalterada — cenário ii);
- proporcional das taxas de chegada e serviço — cenário iii).

### 3. Uma aplicação do Shiny

O *Shiny* cria um contexto reactivo em que o utilizador especifica, através de parâmetros de entrada, as circunstâncias em que os cálculos são (re)executados ou os gráficos renderizados quase instantaneamente. (Vejam-se aplicações concretas em Acal *et al.*, 2023, Gebauer e Adler, 2023 e Malindzakova e Čulková e Trpčevská, 2023.)

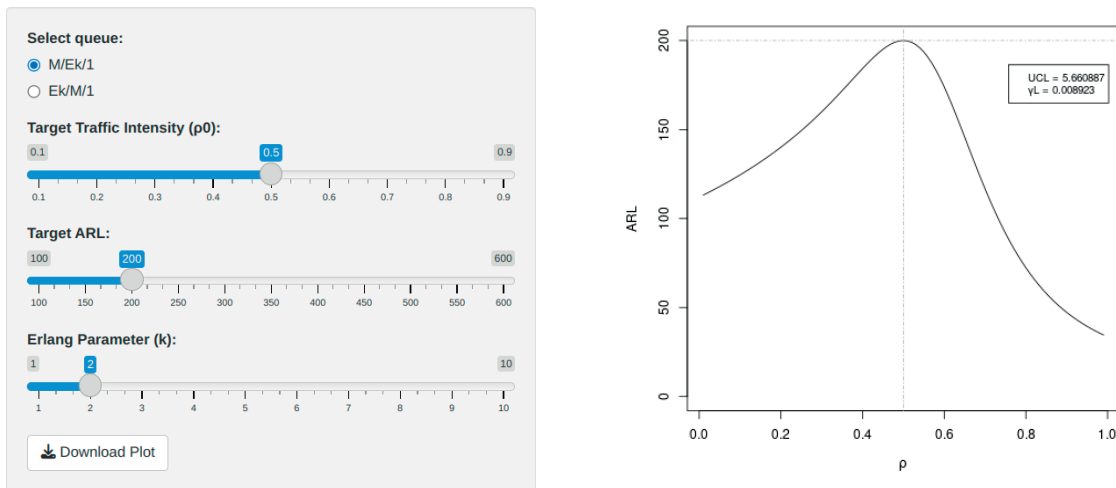


Figura 1: Barra lateral e perfil ARL da carta  $W_n$  *ARL-unbiased*, cenário iii).

A *Shiny app* foi alojada no servidor *shinyapps.io* e pode ser acedida através das ligações listadas abaixo:

- carta  $X_n$  — <https://anibalpires4-arlprofile.shinyapps.io/chart1-m-ek-1/>;
- carta  $\hat{X}_n$  — <https://anibalpires4-arlprofile.shinyapps.io/chart2-ek-m-1/>;
- carta  $W_n$ , cenário i) — <https://anibalpires4-arlprofile.shinyapps.io/chart3-fixedarrivalrate/>;  
cenário ii) — <https://anibalpires4-arlprofile.shinyapps.io/chart3-fixedservicerate/>;  
cenário iii) — <https://anibalpires4-arlprofile.shinyapps.io/chart3-proportionally/>.

Esta *App* permite às(aos) utilizadoras(es) ajustar parâmetros como a intensidade de tráfego nominal ( $\rho_0$ ), o ARL sob controlo pretendido ( $ARL_0$ ) e o número de fases ( $k$ ) da distribuição de Erlang; tal ajuste faz-se através de um cursor, como ilustra a Figura 1 para a carta *ARL-unbiased* baseada em  $W_n$ , para o cenário iii). Podemos seleccionar as filas de espera  $M/E_k/1$  ou  $E_k/M/1$  e ajustar  $\rho_0$  entre 0.1 e 0.9, o  $ARL_0$  entre 100 e 600 e  $k$  entre 1 e 10. O limite superior de controlo  $U$  e a probabilidade de aleatorização  $\gamma_{L=0}$  desta carta *ARL-unbiased* constam do respectivo perfil ARL. Um botão de *download* permite gravar tal perfil ARL num ficheiro com extensão PNG.

Convém alertar o(a) leitor(a) para o seguinte: a obtenção das cartas *ARL-unbiased*  $W_n$  requer tempos de computação substancialmente superiores aos das cartas com estatísticas discretas, tal como refere Pires (2024, pp. 24–25).

## 4. Em jeito de conclusão

A obra-prima de Shewhart, a carta de controlo de qualidade, celebrou o seu centenário no ano passado, pelo que sugerimos a consulta de Montgomery (2024), Woodall (2024) ou Morais (2024), caso o(a) leitor(a) esteja interessado(a) nesta efeméride, na génese da carta de controlo ou no seu impacto nas mais diversas áreas.

O presente texto ilustra a multiplicidade de aplicações desta ferramenta e a importância da mesma na monitorização da intensidade de tráfego das filas de espera que, muitas das vezes, modelam sistemas de produção e de serviços nas mais distintas áreas. Ilustra também a utilidade do *Shiny* para visualizações dinâmicas e acessíveis dos parâmetros e do desempenho das cartas *ARL-unbiased* do tipo Shewhart para  $\rho$ .

Importa notar que Pires (2024, Capítulo 3) propõe a utilização de cartas *ARL-unbiased* do tipo EWMA (*exponentially weighted moving average*) como alternativa ao recurso às cartas do tipo Shewhart descritas neste artigo. Contudo, os resultados obtidos são limitados a poucos tipos de filas de espera e a um número restrito de valores de  $\rho_0$  devido às exigências computacionais da obtenção deste tipo mais sofisticado de cartas. Consequentemente, parece-nos crucial: traduzir o código R para uma linguagem de programação mais eficiente, como o *C++* ou o *Rust*, garantindo uma computação mais rápida e uma melhor gestão de memória; recorrer a computadores com mais memória RAM e a processadores mais rápidos de modo a reduzir substancialmente os tempos de computação.

Entendemos, também, que o trabalho futuro deve contemplar a obtenção das cartas *ARL-unbiased* para o controlo da intensidade de tráfego de filas com: outras distribuições dos tempos entre chegadas consecutivas e dos tempos de serviço; mais de um servidor.

(O primeiro dos autores deste texto não escreve segundo o Acordo Ortográfico de 1990.)

## Agradecimentos

Cumpre-nos a agradecer ao Editor do Boletim da SPE, Prof. Fernando Rosado, a oportunidade de divulgação deste trabalho parcialmente financiado pela FCT (Fundação para a Ciência e Tecnologia) através do projecto UIDB/04621/2020 do CEMAT/IST-ID (Centro de Matemática Computacional e Estocástica, <https://doi.org/10.54499/UIDB/04621/2020>).

## Referências

- Acal, C., Contreras, E., Montero, I., and Ruiz-Castro, J. E. (2023). A shiny app for modeling the lifetime in primary breast cancer patients through phase-type distributions. Research article. Department of Statistics and O.R. and IMAG, University of Granada, 18071 Granada, Spain.
- Adan, I. and Resing, J. (2015). *Queueing Theory*. Department of Mathematics and Computing Science, Eindhoven University of Technology. URL: <http://www.win.tue.nl/~iadan/queueing.pdf>.
- Bhat, U.N. and Rao, S.S. (1972). A statistical technique for the control of traffic intensity in the queueing systems M/G/1 and GI/M/1. *Operations Research* **20**, 955–966.
- Brook D. and Evans, D.A. (1972). An approach to the probability distribution of cusum run length. *Biometrika* **59**, 539–549.
- Chen, N. and S. Zhou (2015). CUSUM statistical monitoring of M/M/1 queues and extensions. *Technometrics* **57**, 245–256.
- Gebauer, J. E. e Adler, J. (2023). Using Shiny apps for statistical analyses and laboratory workflows. *Lab Medicine*. On behalf of the DGKL working group “Digital Competence”. URL: <https://doi.org/10.1515/labmed-2023-0020>.
- Greenberg, I. (1997). Markov chain approximation methods in a class of level-crossing problems. *Operations Research Letters* **21**, 153–158.
- Kendall, D.G. (1951). Some problems in the theory of queues. *Journal of the Royal Statistical Society, Series B (Methodological)* **13**, 151–185.
- Kendall, D.G. (1953). Stochastic processes occurring in the theory of queues and their analysis by the method of the imbedded Markov chain. *The Annals of Mathematical Statistics* **24**, 338–354.
- Kim, S.-H., Alexopoulos, C., Tsui, K.-L. e Wilson, J.R. (2007). A distribution-free tabular CUSUM chart for autocorrelated data. *IIE Transactions* **39**, 317–330.
- Malindzakova, M., Čulková, K., and Trpčevská, J. (2023). Shewhart control charts implementation for quality and production management. *Processes* **11**, 1246.
- Montgomery, D.C. (2024). The 100th anniversary of the control chart. *Journal of Quality Technology*, **56**, 2–4.
- Morais, M.C. (2024). May 16, 1924–2024: celebrating the centenary of Shewhart’s quality control chart. Aceite para publicação em *Frontiers in Statistical Quality Control* 14.
- Morais, M.C. e Knoth, S. (2018). On ARL-unbiased charts to monitor the traffic intensity of a single server queue. Em S. Knoth, W. Schmid (eds.), *Frontiers in Statistical Quality Control* 12, 87–112. Springer, Cham, Switzerland.
- Morais, M.C. e Pacheco, A. (2016). On stochastic ordering and control charts for the traffic intensity. *Sequential Analysis* **35**, 536–559.
- Pignatiello Jr., J.J., Acosta-Mejía, C.A., and Rao, B.V. (1995). The performance of control charts for monitoring process dispersion. *4th Industrial Engineering Research Conference Proceedings*, 24–25 May, 1995, 320–328, Nashville, Tennessee, USA.
- Pires, A.T.M.M.C. (2024). On ARL-unbiased control charts for monitoring the traffic intensity of single server queues. Tese de mestrado (e resumo alargado). Instituto Superior Técnico, Universidade de Lisboa.
- Prabhu, N. U. (1997). *Foundations of Queueing Theory*, Kluwer, Boston.
- Santos, M.D.M. (2016). On control charts and the detection of increases in the traffic intensity of queueing systems. Tese de mestrado (e resumo alargado). Instituto Superior Técnico, Universidade de Lisboa.
- Santos, M., Morais, M.C. e Pacheco, A. (2018). Comparing short-memory charts to monitor the traffic intensity of single server queues. *Stochastics and Quality Control* **33**, 1–21.
- Santos, M., Morais, M.C. e Pacheco, A. (2019). Comparing short and long-memory charts to monitor the traffic intensity of single server queues. *Stochastics and Quality Control* **34**, 9–18.
- Woodall, W.H. (2024). On 100 years of the Shewhart control chart. *JMP Statistical Discovery*. URL: [https://www.jmp.com/en\\_ch/whitepapers/jmp/100-years-of-the-shewhart-control-chart.html](https://www.jmp.com/en_ch/whitepapers/jmp/100-years-of-the-shewhart-control-chart.html).

## • Artigos em Revistas

- Brilhante, M.F., Gomes, M.I., Mendonça, S. Pestana, D. e Santos, R. (2024) - Two P or not Two P: Mendel Random Variables in Combining Fake and Genuine p-Values.  
*AppliedMath* **2024**, 4(3), 1128-1142.  
<https://doi.org/10.3390/appliedmath4030060>
- Gomes, M.I. (2024) - The PORTSEA (Portuguese School of Extremes and Applications) and a few personal scientific achievements.  
*Communications in Mathematics* **32**:3 (Special issue: Portuguese Mathematics), 329-391.  
<https://doi.org/10.46298/cm.13109> (<https://cm.episciences.org/13787>)
- Gomes, M.I., Henriques-Rodrigues, L., Neves, M.M. and Penalva, H. (2024) - Extreme Value Index Estimation for Pareto-Type Tails under Random Censorship and via Generalized Means.  
*Applied Sciences* **2024**, 14:19, 8671, Special Issue on *Applied Biostatistics, Challenges and Opportunities*.  
<https://doi.org/10.3390/app14198671>
- Henriques-Rodrigues, L., Caeiro, F. & Gomes, M.I. (2024) - A new class of reduced bias generalized Hill estimators. *Mathematics* **2024**, 12,2866.  
<https://doi.org/10.3390/math12182866>
- Henriques-Rodrigues, L., Caeiro, F. and Gomes, M.I. (2024) - Improvements in the estimation of the Weibull tail coefficient—a comparative study.  
*Mathematical Methods in the Applied Sciences* **47**:1, 8255-8274.  
<https://doi.org/10.1002/mma.10013>
- Miranda, C., Souto de Miranda M. & Gomes, M.I. (2024) - New Approaches to Extremal Index Estimation.  
*WSEAS Transactions on Systems*, ISSN / E-ISSN: 1109-2777 / 2224-2678, Volume 23, Art. #25, 223-231.  
<https://doi.org/10.37394/23202.2024.23.25>
- Miranda, C., Souto de Miranda M. & Gomes, M.I. (2024) - SPECIAL ISSUE LINSTAT: a new proposal for robust estimation of the extremal index.  
*J. Statist. Comput. and Simul*, 1-18.  
<https://doi.org/10.1080/00949655.2023.2300700>
- Papança, F. (2024) - O Vestibular da Academia Militar nas Áreas da Matemática e da Estatística.  
*Revista Militar, II Século – 76º Volume - Nº 11; Nº 2674*, pp 1009-1017.

## • Capítulos de Livros

- Título: Stochastic ordering in the performance analysis of control charts for binomial AR(1) processes.  
Autor: Manuel João Cabral Morais  
Ano: 2024  
*Advanced Statistical Methods in Process Monitoring, Finance, and Environmental Science - Essays in Honour of Wolfgang Schmid*, 155-172.  
[https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-031-69111-9\\_7](https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-031-69111-9_7)
- Título: Two features of the GINAR(1) process and their impact on the run length performance of geometric control charts.  
Autor: Manuel João Cabral Morais  
Ano: 2024  
*Discrete-Valued Time Series*, 179-190.  
<https://www.mdpi.com/books/reprint/8933-discrete-valued-time-series>

Título: Population Growth and geometrically thinned EVT.

Autores: Brilhante, M.F., Gomes, M.I., Mendonça, S., Pestana, D. e Pestana, P.

Ano: 2025

*New Frontiers in Statistics and Data Science*. SPE 2023. Springer Proceedings in Mathematics & Statistics, vol. 469. Springer, Cham, pp. 13-26. L. Henriques-Rodrigues, R. Menezes, L. Meira-Machado, S. Faria e M De Carvalho (Eds.)

[https://doi.org/10.1007/978-3-031-68949-9\\_2](https://doi.org/10.1007/978-3-031-68949-9_2)

Título: A partially reduced bias Hill estimator of the Extreme Value Index.

Autores: Caeiro, F., Gomes, M.I. e Henriques-Rodrigues, L

Ano: 2025

*New Frontiers in Statistics and Data Science*. SPE 2023. Springer Proceedings in Mathematics & Statistics, vol. 469. Springer, Cham, pp. 273-286. L. Henriques-Rodrigues, R. Menezes, L. Meira-Machado, S. Faria e M De Carvalho (Eds.)

[https://doi.org/10.1007/978-3-031-68949-9\\_20](https://doi.org/10.1007/978-3-031-68949-9_20)

Título: Peaks Over Random Thresholds (PORT) Estimation of the Weibull Tail Coefficient.

Autores: Gomes, M.I., Caeiro, F. e Henriques-Rodrigues, L

Ano: 2025

*New Frontiers in Statistics and Data Science*. SPE 2023. Springer Proceedings in Mathematics & Statistics, vol. 469. Springer, Cham, pp. 229-241. L. Henriques-Rodrigues, R. Menezes, L. Meira-Machado, S. Faria e M De Carvalho (Eds.)

[https://doi.org/10.1007/978-3-031-68949-9\\_17](https://doi.org/10.1007/978-3-031-68949-9_17)

Título: A new class of conditional tail expectation estimators.

Autores: Henriques-Rodrigues, L., Gomes, M.I., Figueiredo, F. e Caeiro, F.

Ano: 2025

*New Frontiers in Statistics and Data Science*. SPE 2023. Springer Proceedings in Mathematics & Statistics, vol. 469. Springer, Cham, pp. 295-308. L. Henriques-Rodrigues, R. Menezes, L. Meira-Machado, S. Faria e M De Carvalho (Eds.)

[https://doi.org/10.1007/978-3-031-68949-9\\_22](https://doi.org/10.1007/978-3-031-68949-9_22)

Título: A direct approach in extremal index estimation.

Autores: Souto de Miranda, M., Miranda, M.C. e Gomes, M.I

Ano: 2025

*New Frontiers in Statistics and Data Science*. SPE 2023. Springer Proceedings in Mathematics & Statistics, vol. 469. Springer, Cham, pp. 141-154. L. Henriques-Rodrigues, R. Menezes, L. Meira-Machado, S. Faria e M De Carvalho (Eds.)

[https://doi.org/10.1007/978-3-031-68949-9\\_11](https://doi.org/10.1007/978-3-031-68949-9_11)

## • Livros

Título: *Introdução à Estatística – 4ª Edição*

Autores: Bento Murteira, Carlos Ribeiro, João Andrade e Silva, Carlos Pimenta e Filomena Pimenta

Ano: 2023

Editora: Escolar Editora.

ISBN: 9789725926031.

Título: *Estatística – Inferência e Decisão*

Autor: Bento José Ferreira Murteira

Ano: 2024

Editora: SPE.

ISBN: 978-972-8890-50-6.

Depósito Legal 538273/24.

Disponível, acesso gratuito, em <https://www.spestatistica.pt/publicacoes/categoria/outras-publicacoes>



Esta reedição de *Estatística: Inferência e Decisão*, Comemorativa do Centenário do Autor, Bento José Ferreira Murteira (Cf. “Episódio da História da Estatística”, *Boletim SPE primavera 2025*). tem Prefácio de Luís Meira Machado e Maria Antónia Amaral Turkman. A edição original, pela Imprensa Nacional Casa da Moeda, é datada de 1988 (Nota do Editor).

Título: *Como os Livros Contam uma História da Estatística em Portugal: Obras de Estrangeiros, de Estrangeirados, e dos Outros*

Autores: Dinis Pestana e Rui Santos

Ano: 2024

Disponível em <https://www.spestatistica.pt/publicacoes/categoria/outras-publicacoes>

Título: *Breve Historial da Escola de Extremos e Aplicações em Portugal (PORTSEA)*

Autora: M. Ivette Gomes

Ano: 2024

Disponível em <https://www.spestatistica.pt/publicacoes/categoria/outras-publicacoes>

Título: *Relembrando Bento Murteira no ano do seu Centenário*

Autora: Maria Antónia Amaral Turkman

Ano: 2024

Disponível em <https://www.spestatistica.pt/publicacoes/categoria/outras-publicacoes>

Título: *Introdução à Estatística (4ª Edição)*

Autores: Bento Murteira, Carlos Pimenta, Filomena Pimenta, Carlos Silva Ribeiro e João Andrade e Silva

Ano: 2023

Editora: Escolar Editora

Título: *PORTSEA: Escola de Extremos e Aplicações em Portugal*

Autora: Maria Ivette Gomes

Ano: 2024

Editora: Academia das Ciências de Lisboa, Monografias, I Volume (xii+263 pp.)

ISBN: 978-972-623-414-2.

Informação: <https://doi.org/10.58164/swxe-5b81>

Título: *New Frontiers in Statistics and Data Science - SPE 2023. Atas XXVI Congresso SPE*

Editores: L. Henriques-Rodrigues, R. Menezes, L. Meira-Machado, S. Faria e M De Carvalho

Ano: 2025

Editora: Springer Proceedings in Mathematics & Statistics,

Mais informação em: [New Frontiers in Statistics and Data Science: SPE2023, Guimarães, Portugal, October 11-14 | SpringerLink](#)

## • Tese de Mestrado

**Título:** *On ARL-unbiased control charts for monitoring the traffic intensity of single server queues.*

**Autor:** Aníbal Tiago Marques Morais da Câmara Pires, [anibal.camara.pires@tecnico.ulisboa.pt](mailto:anibal.camara.pires@tecnico.ulisboa.pt)

**Orientador:** Manuel João Cabral Morais

**Título:** *On ARL-unbiased Shewhart-type charts for independent and autocorrelated Poisson, binomial, and geometric counts.*

**Autor:** José Pedro Santos Guedes, [j-guedes1999@hotmail.com](mailto:j-guedes1999@hotmail.com)

**Orientador:** Manuel João Cabral Morais

**Título:** *Metodologia de avaliação do potencial energético na zona costeira portuguesa*

**Autora:** Ana Leonor Ferreira de Oliveira, [up201907697@edu.fc.up.pt](mailto:up201907697@edu.fc.up.pt)

**Orientadores:** Paula Milheiro Oliveira e Paulo Avilez Valente



## Edições SPE - Mini Cursos

**Título:** *Análise Estatística de Dados Financeiros*

**Autores:** C. Amado, C. Nunes, A. Sardinha

**Ano:** 2019.

**Título:** *Uma introdução à Meta-Análise*

**Autora:** Maria de Fátima Brilhante

**Ano:** 2017.

**Título:** *Estatística Bayesiana*

*Computacional – uma introdução*

**Autores:** M. Antónia Amaral Turkman e

Carlos Daniel Paulino

**Ano:** 2015.

**Título:** *Análise de Valores Extremos: Uma Introdução*

**Autoras:** M. Ivette Gomes, M. Isabel Fraga

Alves e Claudia Neves

**Ano:** 2013.

**Título:** *Modelos com Equações*

*Estruturais*

**Autora:** Maria de Fátima Salgueiro

**Ano:** 2012.

**Título:** *Análise de Dados Longitudinais*

**Autoras:** Maria Salomé Cabral e

Maria Helena Gonçalves

**Ano:** 2011

**Título:** *Uma Introdução à Estimação*

*Não-Paramétrica da Densidade*

**Autor:** Carlos Tenreiro

**Ano:** 2010

**Título:** *Análise de Sobrevivência*

**Autoras:** Cristina Rocha e

Ana Luísa Papoila

**Ano:** 2009

**Título:** *Análise de Dados Espaciais*

**Autoras:** M. Lucília de Carvalho e

Isabel C. Natário

**Ano:** 2008

**Título:** *Introdução aos Métodos*

*Estatísticos Robustos*

**Autores:** Ana M. Pires e

João A. Branco

**Ano:** 2007

**Título:** *Outliers em Dados Estatísticos*

**Autor:** Fernando Rosado

**Ano:** 2006

**Título:** *Introdução às Equações*

*Diferenciais Estocásticas e*

*Aplicações*

**Autor:** Carlos Braumann

**Ano:** 2005

**Título:** *Uma Introdução à Análise de*

*Clusters*

**Autor:** João A. Branco

**Ano:** 2004

**Título:** *Séries Temporais – Modelações*

*lineares e não lineares*

**Autoras:** Esmeralda Gonçalves e

Nazaré Mendes Lopes

**Ano:** 2003 (2ª Edição em 2008)

**Título:** *Modelos Heterocedásticos.*

*Aplicações com o software Eviews*

**Autor:** Daniel Muller

**Ano:** 2002

**Título:** *Inferência sobre Localização*

*e Escala*

**Autores:** Fátima Brilhante, Dinis

Pestana, José Rocha e

Sílvio Velosa

**Ano:** 2001

**Título:** *Controlo Estatístico de*

*Qualidade*

**Autoras:** Maria Ivette Gomes; Fernanda Figueiredo e Maria

Isabel Barão

**Ano:** 1999 (2.ª edição, revista e aumentada, 2010)

**Título:** *Tópicos de Sondagens*

**Autor:** Paulo Gomes

**Ano:** 1998

# Retrospectiva do Boletim SPE - Tema Central

Disponíveis em <https://www.spestatistica.pt/publicacoes/categoria/boletim-da-spe>

**Outono de 2024** – Replicabilidade e Controlo de Confidencialidade

**Primavera de 2024** – *Rising Stars*

**Outono de 2023** – Educação (e) Estatística

**Primavera de 2023** – PORTSEA – um mar de Extremos em Portugal

**Outono de 2022** – Prémios na Sociedade Portuguesa de Estatística

**Primavera de 2022** – Liderança Estatística

**Outono de 2021** – *Machine Learning* e Inteligência Artificial

**Primavera de 2021** – Especial Covid: a Estatística ao serviço da sociedade

**Outono de 2020** – 40 anos SPE: De onde viemos? Onde estamos? Para onde vamos?

**Primavera de 2020** – INE–85 anos de estatísticas a servir o país

**Outono de 2019** – Estatística nas Ciências da Saúde

**Primavera de 2019** – Séries Temporais de Valor Inteiro

**Outono de 2018** – Equações diferenciais estocásticas e algumas aplicações

**Primavera de 2018** – Estatística Multivariada – perspetiva no século XXI

**Outono de 2017** – O Tema Central da Estatística - um novo olhar

**Primavera de 2017** – Incerteza em Engenharia

**Outono de 2016** – O Tema Central da Estatística

**Primavera de 2016** – Séries Temporais e suas aplicações

**Outono de 2015** – Estatística em Genética

**Primavera de 2015** – Estatística no Desporto

**Outono de 2014** – Estatística no Ensino Básico e Secundário

**Primavera de 2014** – (Um) Ano Internacional da Estatística

**Outono de 2013** – A “Escola Bayesiana” em Portugal

**Primavera de 2013** – Estatística não - paramétrica

**Outono de 2012** – Métodos Estatísticos em Medicina

**Primavera de 2012** – Estatística no Ensino Superior Politécnico

**Outono de 2011** – Análise de Sobrevivência

**Primavera de 2011** – Sondagens e Censos

**Outono de 2010** – Estatística Espacial

**Primavera de 2010** – Data Mining - Prospecção (Estatística) de Dados?

**Outono de 2009** – Modelos Económicos

**Primavera de 2009** – Investigação (em) Estatística

**Outono de 2008** – Processos Estocásticos

**Primavera de 2008** – ALEA - Um sítio do nosso mundo

**Outono de 2007** – Bioestatística

**Primavera de 2007** - A “Escola de Extremos” em Portugal

**Outono de 2006** – Ensino e Aprendizagem da Estatística

Está aberto **até 31 de maio de 2025** o concurso para atribuição dos prémios “**Estatístico Júnior 2025**”, de acordo com o seguinte regulamento:

### 1. Objetivo

A atribuição dos prémios “**Estatístico Júnior 2025**” é promovida pela Sociedade Portuguesa de Estatística (SPE), com o apoio do Centro de Estatística e Aplicações da Universidade de Lisboa (CEAUL). O objetivo é estimular e desenvolver o interesse dos alunos dos Ensinos Básico e Secundário pelas áreas de Probabilidade e Estatística, incentivando-os a realizar análises estatísticas de dados reais, nomeadamente através do projeto Census na Escola.

### 2. Candidatos Elegíveis

Podem candidatar-se aos prémios “**Estatístico Júnior 2025**” os alunos inscritos, no ano letivo 2024/25, no 3.º Ciclo do Ensino Básico, no Ensino Secundário, nos Cursos de Educação e Formação (CEF) ou nos Cursos de Educação e Formação de Adultos (CEFA).

### 3. Forma de Candidatura

As candidaturas podem ser **individuais** ou em **grupo com um máximo de 3 alunos**. Cada candidatura pode ainda incluir um professor do grau de ensino correspondente ao trabalho, que desempenhará o papel de orientador.

### 4. Proposta de Trabalho

Os candidatos devem apresentar um trabalho que envolva temáticas de **Probabilidade ou Estatística**. A proposta de trabalho pode ser baseada na recolha e análise de dados reais, conforme sugerido no projeto Census na Escola. Os alunos são incentivados a criar inquéritos online para recolher dados sobre a sua turma ou outras turmas, com variáveis como hábitos de leitura, alimentação, atividade física, uso de tecnologia, padrões de sono, entre outros.

### 5. Estrutura do Trabalho

O trabalho deverá consistir num texto escrito em português com um máximo de 10 páginas A4, com tipo, tamanho e estilo de letra padrão. Este texto deve incluir:

- Explicação da metodologia de recolha de dados.
- Análise dos dados recolhidos, incluindo medidas de tendência central e dispersão.
- Comparações entre grupos (e.g., género, faixas etárias, turmas).

O texto deverá ser acompanhado de um dos seguintes formatos:

- Um vídeo (máximo de 5 minutos) que resuma os principais aspetos do trabalho;
- Uma apresentação em PowerPoint/Google Slides/Canvas (máximo de 15-20 slides);
- Um poster em formato A2.



# PRÉMIO SPE 2025



Pretendendo estimular a atividade de estudo e investigação científica em Probabilidade e Estatística, a Sociedade Portuguesa de Estatística institui em 2025 o Prémio SPE, regido pelo seguinte regulamento.

Está aberto até 31 de Maio o concurso para atribuição do Prémio SPE 2025, doravante referido como prémio. O prémio é constituído por uma quantia de 1000 euros.

Ao prémio podem concorrer trabalhos originais sobre temas de Probabilidade e Estatística, desde que não tenham sido objeto de qualquer prémio atribuído por outra instituição. O trabalho deverá ser apresentado em português ou em inglês e não poderá exceder 25 páginas A4.

Podem candidatar-se ao prémio jovens investigadores sócios da SPE que não completem 35 anos de idade até 31 de Dezembro de 2025 ou que tenham obtido doutoramento há menos de 5 anos, e que nunca tenham recebido o prémio.

A decisão de admissibilidade e a apreciação dos trabalhos submetidos a concurso é da competência de um Júri, cuja nomeação é da responsabilidade da Direção da SPE.

Os critérios de seleção pautar-se-ão pela exigência e precisão nos vários aspetos que o Júri considerar pertinentes, nomeadamente: i) qualidade e clareza do texto; ii) inovação e rigor científico; iii) contribuição para o desenvolvimento da área de Probabilidade e Estatística nos planos teórico, metodológico e/ou aplicado.

O Júri é soberano nas suas decisões, não havendo lugar a recurso.

O Júri reserva-se o direito de não atribuir o Prémio SPE 2025 e poderá solicitar prova das condições de admissão.

As candidaturas ao prémio, dirigidas ao Presidente da Sociedade Portuguesa de Estatística, são constituídas pelo trabalho concorrente e pelo curriculum vitae dos autores, e devem ser enviadas por correio eletrónico para [spe@spestatistica.pt](mailto:spe@spestatistica.pt). Cada autor só pode submeter uma candidatura ao prémio.

A entrega formal do Prémio SPE 2025, com apresentação obrigatória do trabalho galardoado, terá lugar durante o XXVII Congresso da Sociedade Portuguesa de Estatística—SPE 2025.



# O MUNDO DA ESTATÍSTICA

ORGANIZAÇÃO PARTICIPANTE



Federation of European National Statistical Societies



# Índice

Editorial .....	2
Mensagem do Presidente .....	4
Notícias .....	5
<i>Enigmística</i> .....	12
<b><i>Episódios na História da Estatística</i></b>	
Comemoração do Centenário do Nascimento do Professor Bento Murteira: 1924 – 2024	
<i>vários autores e testemunhos</i> .....	13
Bento Murteira e o Vocabulário Estatístico Português	
<i>Dinis Pestana</i> .....	26
<b><i>Teoria das Filas de Espera</i></b>	
Filas de Espera em Telecomunicações: das Origens ao Século XXI	
<i>Nelson Antunes, Gonçalo Jacinto e António Pacheco</i> .....	41
Modelação e avaliação da performance de soluções de tráfego rodoviário com base na teoria das filas de espera	
<i>Paula Milheiro Oliveira e António Pacheco</i> .....	50
Cartas ARL-unbiased do tipo Shewhart para o controlo da intensidade de tráfego das filas de espera com um servidor	
<i>Manuel Cabral Morais e Aníbal Pires</i> .....	55
<i>Ciência Estatística</i> .....	61
<i>Edições SPE - Minicursos</i> .....	65
<i>Boletim através do Tema Central</i> .....	66
<i>Regulamento Prémios Estatístico Júnior 2025</i> .....	67
<i>Regulamento Prémio SPE 2025</i> .....	68