

# Controlo Estatístico da Qualidade

**M. Ivette Gomes**

*D.E.I.O. e C.E.A.U.L., Universidade de Lisboa*

**Fernanda Figueiredo**

*C.E.A.U.L., Universidade de Lisboa,  
Faculdade de Economia, Universidade do Porto*

**M. Isabel Barão**

*D.E.I.O. e C.M.A.F., Universidade de Lisboa*

2<sup>a</sup> edição, revista e aumentada

**Edições SPE**

## **FICHA TÉCNICA**

### **Título**

Controlo Estatístico da Qualidade  
2.<sup>a</sup> edição, revista e aumentada

### **Autores**

M. Ivette Gomes  
Fernanda Figueiredo  
M. Isabel Barão

### **Editora**

Sociedade Portuguesa de Estatística

### **Impressão e Distribuição**

Instituto Nacional de Estatística, I. P.

### **Tiragem**

220 exemplares

**ISBN** 978-972-8890-23-0

**Depósito Legal** 305217/10

**Preço:** €10,00 (IVA incluído)

## *Prefácio à segunda edição<sup>1</sup>*

Finalmente apresentamos uma segunda edição desta monografia, associada a um mini-curso ministrado no VII *Congresso Anual da Sociedade Portuguesa de Estatística*, e esgotada há mais de oito anos. A monografia tem servido essencialmente como texto de apoio a unidades curriculares de estudos graduados e pós-graduados na área de *Gestão e Controlo Estatístico da Qualidade*.

Esta segunda edição é pois uma edição revista e aumentada, com uma autora adicional, doutorada na área de *Controlo Estatístico da Qualidade*. Fizemos ajustamentos ao longo de todo o texto, no sentido de clarificar algumas questões e corrigir gralhas (possivelmente cometendo outras, o que é sempre inevitável). Procedemos ainda a um investimento adicional no Capítulo 5, em particular na abordagem às cartas de controlo CUSUM, de *cumulative sum*, às políticas amostrais, e a uma descrição actualizada dos desenvolvimentos mais recentes (Secção 5.6). Incluímos ainda um novo capítulo, o Capítulo 10, com exercícios que cobrem uma grande parte da teoria exposta, os quais permitem aos estudantes aplicar os conhecimentos adquiridos sobre os diferentes temas abordados.

Finalizamos com um agradecimento ao actual Presidente da *Sociedade Portuguesa de Estatística* (SPE), Professor Carlos Braumann, e a toda a Direcção da SPE, pela iniciativa de proceder ao lançamento destas novas edições e pelo encorajamento manifestado em prol desta segunda edição da monografia em *Controlo Estatístico da Qualidade*.

M. Ivette Gomes  
Fernanda Figueiredo  
M. Isabel Barão

---

<sup>1</sup>Investigação parcialmente financiada por FCT/POCI 2010/FEDER



## *Prefácio*

Neste texto procedemos a uma compilação do material leccionado na cadeira de *Controlo da Qualidade* da licenciatura em Probabilidades e Estatística. Trata-se de um manual de trabalho, ainda em fase embrionária, em que se procurou encontrar um compromisso entre o rigor teórico e uma abordagem intuitiva às Probabilidades e Estatística, disseminando técnicas simples, mas poderosas, que têm sido largamente utilizadas nas mais variadas indústrias e nos mais diversos países, de modo a melhorar a qualidade dos produtos e serviços e a reduzir custos. O uso eficiente destas técnicas depende obviamente de elas serem bem conhecidas pelos operadores de produção e inspeção, pelos engenheiros, e pelo pessoal médio e superior da área da *Gestão*.

Este livro é essencialmente sobre alguma da metodologia estatística usual em *Qualidade*, e a ênfase principal foi colocada no uso, e por vezes mau uso, da metodologia de *cartas de controlo*, metodologia básica da área de *Controlo Estatístico de Processos* (o chamado SPC, de *Statistical Process Control*). O Capítulo 1 é um capítulo introdutório, sobre as metodologias estatísticas usuais em *Controlo da Qualidade, em linha de produção e fora de linha de produção*, e os Capítulos 2 e 3 são essencialmente capítulos básicos de temas elementares da área de *Probabilidades e Estatística*, importantes para várias das técnicas usuais em *Qualidade*. No Capítulo 5 abordaremos com algum detalhe a metodologia de *Cartas de Controlo*, referindo as cartas clássicas de médias e amplitudes, e as menos clássicas cartas de máximo/mínimo, CUSUM e EWMA. Com grande utilidade em toda a metodologia de cartas de controlo, e mais geralmente em SPC e *Fiabilidade*, estudaremos no Capítulo 4 alguns rudimentos de *Estatísticas Ordinais* e dedicar-nos-emos no Capítulo 6 aos *Testes de Aleatoriedade*, muito usuais na área da *Qualidade*, como complemento à regra universal de fora de controlo (*característica de qualidade* fora dos chamados *limites de tolerância* que lhe

estão associados). A *Inspecção de Aceitação* é uma componente necessária em qualquer processo de manufactura, podendo e devendo ser aplicada à matéria prima, antes de entrada em linha de produção, e será abordada no Capítulo 7. A amostragem de aceitação é no entanto também utilizada posteriormente à linha de produção, por exemplo pelo comprador dos produtos manufacturados. No Capítulo 8 referiremos alguns rudimentos da *Teoria da Fiabilidade*, outro dos temas da *Estatística* importante em *Controlo Estatístico da Qualidade* fora da linha de produção, com desenvolvimento de *Testes de Vida* em modelo Exponencial. Finalmente, no Capítulo 9, referiremos de forma muito ligeira a *abordagem de Taguchi à Qualidade*, e procuraremos fazer uma descrição não apaixonada dos elementos principais da muito em voga *Gestão da Qualidade Total*, designada por TQM, de *Total Quality Management*, analisando alguns dos seus campos de aplicação e algumas das suas limitações.

M. Ivette Gomes

M. Isabel Barão

# Índice

<b>1</b>	<b>O que é o Controlo da Qualidade?</b>	<b>1</b>
1.1	Objectivos Fundamentais . . . . .	1
1.2	Técnicas Estatísticas Usuais em Qualidade . . . . .	3
1.3	Breve Introdução Histórica . . . . .	4
1.4	Processos e Qualidade . . . . .	9
1.4.1	A Gestão e a Qualidade . . . . .	10
1.4.2	ISO 9000 e Qualidade . . . . .	10
1.4.3	Ciclo de Garantia da Qualidade . . . . .	12
1.5	Instrumentos de Controlo da Qualidade . . . . .	14
1.5.1	Fluxogramas ou Organigramas . . . . .	14
1.5.2	Diagramas de Causa-e-efeito . . . . .	16
<b>2</b>	<b>Descrição de Dados</b>	<b>19</b>
2.1	Dados Qualitativos . . . . .	21
2.1.1	Tabelas de Frequências . . . . .	22
2.1.2	Gráficos de Barras . . . . .	23
2.1.3	Diagramas de Pareto . . . . .	24
2.2	Dados Quantitativos . . . . .	25
2.2.1	Estatísticas Descritivas . . . . .	27
	Medidas de localização . . . . .	28
	Medidas de dispersão ou escala . . . . .	29
	Medidas de forma . . . . .	30
2.2.2	Caixas-de-bigodes . . . . .	31
2.2.3	Diagramas de Pontos . . . . .	32
2.2.4	Diagramas de Caule-e-folhas . . . . .	34

2.2.5	Histogramas . . . . .	35
2.2.6	Cartas de Controlo — Gráficos Sequenciais .	37
2.2.7	Método Gráfico de Selecção de Modelos — Papel de Probabilidade . . . . .	38
2.3	Regras para Descrição de Dados . . . . .	43
2.4	Comentários sobre Análise Gráfica . . . . .	44
<b>3</b>	<b>Modelação de Dados</b>	<b>47</b>
3.1	Modelos Contínuos Univariados . . . . .	48
3.1.1	Modelo Normal . . . . .	48
	Modelo Normal Truncado . . . . .	49
	Modelo Semi-Normal . . . . .	49
3.1.2	Modelo Logístico . . . . .	50
3.1.3	Modelo Lognormal . . . . .	50
3.1.4	Modelo Gama . . . . .	52
	Distribuição Gama Generalizada . . . . .	54
3.1.5	Modelo Beta . . . . .	54
3.1.6	Modelo Gaussiano Inverso . . . . .	56
3.1.7	Modelos Extremais . . . . .	58
	Modelo de Gumbel . . . . .	59
	Modelo de Fréchet . . . . .	60
	Modelo Weibull de máximos . . . . .	61
3.2	Modelos Discretos Univariados . . . . .	62
3.2.1	Modelo Binomial . . . . .	62
3.2.2	Modelo Hipergeométrico . . . . .	62
3.2.3	Modelo Binomial Negativo . . . . .	63
	Distribuição Geométrica ou de Pascal . . . . .	64
3.2.4	Modelo de Poisson . . . . .	64
	Distribuição de Poisson positiva . . . . .	65
	Distribuição de Poisson duplamente truncada . . . . .	66
3.3	Estimação de Parâmetros . . . . .	66
3.3.1	Modelo Normal ou Gaussiano . . . . .	66
3.3.2	Modelo Logístico . . . . .	66
3.3.3	Modelo Lognormal . . . . .	67
3.3.4	Modelo Gama . . . . .	67



3.3.5	Modelo Beta . . . . .	69
3.3.6	Modelo Gaussiano Inverso . . . . .	69
3.3.7	Modelos Extremais . . . . .	69
	Modelo de Gumbel . . . . .	69
	Modelo de Fréchet . . . . .	70
	Modelo Weibull de máximos . . . . .	70
3.3.8	Modelo Binomial . . . . .	70
3.3.9	Modelo Geométrico . . . . .	71
3.3.10	Modelo de Poisson . . . . .	71
3.4	Análise Exploratória de Dados . . . . .	71
<b>4</b>	<b>Estatísticas Ordinais</b>	<b>75</b>
4.1	Comportamento Individual . . . . .	76
4.2	Distribuição Conjunta . . . . .	78
4.3	Momentos de Estatísticas Ordinais . . . . .	78
4.4	Amplitude e Escala . . . . .	80
4.5	Estatísticas Sistemáticas . . . . .	82
<b>5</b>	<b>Controlo de Processos (SPC)</b>	<b>83</b>
5.1	Gestão da Qualidade Total (TQM) . . . . .	83
5.2	Introdução às Cartas de Controlo . . . . .	85
5.3	Cartas de Controlo para Variáveis . . . . .	94
	5.3.1 Carta- $\bar{X}$ . . . . .	94
	5.3.2 Carta- $R$ . . . . .	96
	5.3.3 Curva Característica . . . . .	98
5.4	Cartas de Controlo para Atributos . . . . .	101
	5.4.1 Carta- $p$ . . . . .	102
	5.4.2 Carta- $c$ . . . . .	103
5.5	Cartas de Controlo Especiais . . . . .	103
	5.5.1 Cartas de Controlo para Máximos e Mínimos	104
	5.5.2 Cartas de Médias Móveis, MA . . . . .	106
	5.5.3 Cartas CUSUM (cumulative sum) e EWMA (exponentially weighted moving average) . .	107
	Cartas CUSUM . . . . .	109
	Planos de Decisão Intervalar . . . . .	111
	Cartas EWMA . . . . .	114

5.6	Miscelânea de Cartas de Controlo . . . . .	117
5.6.1	Cartas para Processos Short-runs, Batch e Multiple-stream . . . . .	117
5.6.2	Cartas não Paramétricas . . . . .	117
5.6.3	Cartas para Perfis . . . . .	118
5.6.4	Outras Cartas Univariadas . . . . .	118
5.6.5	Cartas de Controlo Multivariadas . . . . .	119
5.7	Políticas Amostrais . . . . .	120
5.8	Medidas de Desempenho . . . . .	122
5.9	Medidas de Capacidade do Processo . . . . .	127
5.10	Intervalos de Previsão e Tolerância . . . . .	130
<b>6</b>	<b>Testes de Aleatoriedade</b>	<b>135</b>
6.1	Testes de Runs . . . . .	135
6.1.1	Teste de Runs dos Sinais das Diferenças en- tre as Observações e a Mediana Empírica . . . . .	135
6.1.2	Teste de Runs dos Sinais das Diferenças en- tre Observações Consecutivas . . . . .	137
6.2	Quadrados de Diferenças Consecutivas . . . . .	138
6.3	Regras Empíricas de Aleatoriedade . . . . .	139
<b>7</b>	<b>Amostragem de Aceitação</b>	<b>141</b>
7.1	Introdução . . . . .	141
7.2	Planos de Amostragem para Atributos . . . . .	146
7.2.1	Planos Simples . . . . .	146
	Curva Característica Operacional, CCO . . . . .	146
	Construção de planos simples . . . . .	149
	Rectificação da inspecção . . . . .	150
7.2.2	Planos Duplos . . . . .	154
	Curva Característica Operacional, CCO . . . . .	154
	Dimensão média da amostra, ASN . . . . .	155
	Censura . . . . .	156
	Construção de planos duplos . . . . .	156
	Rectificação da inspecção . . . . .	157
7.2.3	Planos Múltiplos e Planos Sequenciais . . . . .	158
7.3	Planos de Amostragem para Variáveis . . . . .	159

7.3.1	Relação entre os Parâmetros de um Modelo Gaussiano e a Fracção de Não-conformes . .	160
7.3.2	Planos para Variáveis, para Controlar a Fracção de Não-conformes, $\sigma$ Conhecido . .	161
7.3.3	Planos para Variáveis, para Controlar o Valor Médio do Processo, $\sigma$ Conhecido . . . .	163
7.4	Planos Especiais . . . . .	164
7.4.1	Amostragem em Cadeia ( <i>Chain Sampling</i> ) .	164
7.4.2	Amostragem Contínua. Planos CSP-1 . . .	165
7.4.3	Planos de Amostragem Skip-lot . . . . .	167
7.4.4	Planos de Amostragem para Produtos de Alta Qualidade . . . . .	167
7.4.5	Planos de Amostragem de Dodge-Romig . .	168
7.5	Erros de Inspeção . . . . .	168
<b>8</b>	<b>Teoria da Fiabilidade</b>	<b>169</b>
8.1	Conceitos Fundamentais em Fiabilidade . . . . .	169
8.2	Estatísticas Ordinais em Fiabilidade . . . . .	170
8.2.1	Tempos de Vida de Estruturas Usuais e Estatísticas Ordinais . . . . .	171
	Estruturas em série . . . . .	171
	Estruturas em paralelo . . . . .	172
	Estruturas <i>i-de-n</i> . . . . .	173
	Outras estruturas . . . . .	174
8.2.2	Mecanismos de Censura . . . . .	179
	Conceito de censura . . . . .	180
	Exemplo de aplicação . . . . .	181
8.3	Envelhecimento – Modelos IFR e DFR . . . . .	183
8.3.1	Funções para Caracterização do Tempo de Vida . . . . .	184
8.3.2	Noção de Envelhecimento Estocástico . . .	185
	Modelos de vida que não envelhecem . . . .	185
	Modelos de vida que envelhecem . . . . .	185
	Modelos de vida que rejuvenescem . . . . .	186
	Outros modelos . . . . .	187

8.4	Modelos Paramétricos . . . . .	187
8.4.1	Modelo Exponencial . . . . .	187
	Propriedades da distribuição exponencial com importância em Fiabilidade . . . . .	187
	Processo de Poisson em Fiabilidade . . . . .	191
8.4.2	Modelo Weibull . . . . .	192
8.4.3	Outros Modelos . . . . .	193
	Modelo Gama . . . . .	193
	Modelo Normal Truncado . . . . .	194
	Modelo Lognormal . . . . .	194
	Modelo Gaussiano Inverso . . . . .	194
8.4.4	Modelo Exponencial Multivariado . . . . .	195
8.5	Testes de Vida em Modelo Exponencial . . . . .	197
8.5.1	Amostra Completa . . . . .	198
8.5.2	Censura no Número de Componentes (Tipo II) . . . . .	200
	Amostragem sem reposição (substituição) . . . . .	200
	Amostragem com reposição (substituição) . . . . .	202
	Méritos e limitações de cada um dos dois esquemas . . . . .	203
8.5.3	Censura no Tempo (Tipo I) . . . . .	204
	Amostragem sem reposição (substituição) . . . . .	205
	Amostragem com reposição (substituição) . . . . .	207
<b>9</b>	<b>Metodologia de Taguchi e TQM</b>	<b>209</b>
9.1	Razão Sinal-Ruído (S/R) . . . . .	212
9.2	Função Prejuízo . . . . .	214
9.2.1	Função Prejuízo de Taguchi . . . . .	215
9.2.2	Funções Prejuízo Alternativas . . . . .	217
9.3	Planos de Taguchi . . . . .	219
9.3.1	Planeamento com Alteração de um Factor de Cada Vez . . . . .	220
9.3.2	Planeamento Factorial Completo . . . . .	221
9.3.3	Planeamentos Factoriais Fraccionados . . . . .	222
9.3.4	Arranjos Ortogonais . . . . .	223

9.4	Gestão da Qualidade Total . . . . .	224
<b>10</b>	<b>Exercícios de Aplicação</b>	<b>229</b>
10.1	Introdução às Cartas de Controlo . . . . .	229
10.2	Papel de Probabilidade . . . . .	234
10.3	Estatísticas Ordinais . . . . .	235
10.4	SPC e Planos de Aceitação . . . . .	238
10.5	Estruturas e Fiabilidade . . . . .	270
10.6	Metodologia de Taguchi . . . . .	280
	<b>Bibliografia</b>	<b>281</b>
	<b>Índice Remissivo</b>	<b>299</b>